**ZAKRES CZĘŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ
Liceum ogólnokształcące Klasa II**

**MATEMATYKA ZAKRES PODSTAWOWY**

Wymagania do egzaminu z matematyki na rok szkolny 2022/2023, przygotowane na podstawie programu nauczania dla liceum/technikum MATeMAtyka, Dorota Ponczek, Agnieszka Kamińska.

Nazywam się **Barbara Szlachta-Wota**, jestem nauczycielem, absolwentką Uniwersytetu Rzeszowskiego. Ukończyłam studia magisterskie na kierunku matematyka nauczycielska, studia inżynierskie na kierunku informatyka oraz studia podyplomowe z zakresu matematyka w finansach. Uczenie daje mi wielką satysfakcję, każdy sukces moich uczniów to nagroda i radość.

Zapraszam do kontaktu pod adresem: barbarka\_s@o2.pl

1. **FUNKCJA KWADRATOWA**
2. Wykres funkcji kwadratowej – powtórzenie
* szkicuje wykres funkcji $f(x)=ax^{2}$, gdzie $a\ne 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
* szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f\left(x\right)=a\left(x-p\right)^{2}+q$, gdzie $a\ne 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
1. Postać kanoniczna funkcji kwadratowej – powtórzenie
* podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
* przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji
* przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
* wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu
* wyznacza równanie osi symetrii paraboli
1. Równania kwadratowe (1)
* stosuje wzory skróconego mnożenia oraz metodę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do przedstawienia wyrażenia w postaci iloczynu
* rozwiązuje równanie kwadratowe za pomocą rozkładu na czynniki
* interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego
* wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
1. Równania kwadratowe (2)
* określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
* rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
* interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika *a* i wyróżnika $Δ$
* wykorzystuje poznane wzory do szkicowania wykresu funkcji kwadratowej
1. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej (1)
* definiuje postać iloczynową funkcji kwadratowej i warunek jej istnienia
* sprawdza, czy funkcję kwadratową można zapisać w postaci iloczynowej
* zapisuje funkcję kwadratową w postaci iloczynowej
* odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej i jej postaci iloczynowej
* przekształca postać iloczynową funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
1. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej (2)
* wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności
* zapisuje w każdej z trzech możliwych postaci wzór funkcji kwadratowej przedstawionej za pomocą wykresu
1. Nierówności kwadratowe
* wyjaśnia związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniego trójmianu kwadratowego
* rozwiązuje nierówność kwadratową
1. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych
* rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
* wprowadza niewiadomą pomocniczą, podaje odpowiednie założenia i rozwiązuje równanie kwadratowe z niewiadomą pomocniczą
1. Układy równań
* rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie – równaniem prostej
* podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli
1. Funkcja kwadratowa –zastosowania (1)
* stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji
* wyznacza wartości najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
* stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
1. Funkcja kwadratowa –zastosowania (2)
* przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność
* znajduje rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki
* przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź
* rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej
1. **Wielomiany**
2. Stopień i współczynniki wielomianu
* rozróżnia wielomian, podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
* zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
* zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
* oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu
* wyznacza brakujące współrzędne punktu należącego do wykresu danego wielomianu
* sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
* wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
1. Dodawanie i odejmowanie wielomianów
* wyznacza sumę wielomianów
* wyznacza różnicę wielomianów
* określa stopień sumy i różnicy wielomianów
1. Mnożenie wielomianów
* określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
* wyznacza iloczyn danych wielomianów
* podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
1. Wzory skróconego mnożenia
* stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę lub różnicę sześcianów
* przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
* stosuje wzory skróconego mnożenia do obliczania objętości sześcianu
1. Rozkład wielomianu na czynniki (1)
* wyłącza wspólny czynnik przed nawias
* stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki
* wykorzystuje rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki do rozkładu wielomianu na czynniki
* zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia
1. Rozkład wielomianu na czynniki (2)
* stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianu na czynniki
* stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów do rozkładu wielomianu na czynniki
1. Równania wielomianowe
* rozwiązuje równanie wielomianowe
* wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej oraz dwóch wielomianów
* podaje przykład wielomianu, gdy dane są jego stopień i pierwiastki
1. Dzielenie wielomianów
* dzieli wielomian przez dwumian $x-a$
* stosuje schemat Hornera
* zapisuje wielomian w postaci $w(x)=p(x)q(x)+r$
* sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
1. Twierdzenie Bézouta
* sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian *x – a* bez wykonywania dzielenia
* wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian *x – a*
* sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki
* wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian
1. Pierwiastki całkowite wielomianu
* wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
* rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
1. Wielomiany – zastosowania
* opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu
* rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe
1. **FUNKCJE WYMIERNE**
2. Wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$
* szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\ne 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) oraz podaje równania asymptot jej wykresu
* szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\ne 0$ w podanym zbiorze
* odczytuje z wykresu współrzędne punktów przecięcia prostej i hiperboli
1. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ wzdłuż osi *OY*
* dobiera wzór funkcji do jej wykresu
* szkicuje wykres funkcji $y=\frac{a}{x}+q$, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
* wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki
1. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ wzdłuż osi *OX*
* dobiera wzór funkcji do jej wykresu
* szkicuje wykres funkcji $y=\frac{a}{x-p}$, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
* wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki
1. Wyrażenia wymierne
* wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego
* oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
* upraszcza wyrażenia wymierne
* wyznacza dziedzinę funkcji wymiernej
1. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych
* wyznacza dziedziny iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych
* mnoży wyrażenia wymierne, podając ich iloczyn w najprostszej postaci
* dzieli wyrażenia wymierne, podając ich iloraz w najprostszej postaci
1. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych
* wyznacza dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych
* dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, podając ich sumę i różnicę w najprostszej postaci
* przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
1. Równania wymierne (1)
* rozwiązuje równania wymierne typu $\frac{u\left(x\right)}{w\left(x\right)}=0$, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
* rozwiązuje równania wymierne, stosując wzory skróconego mnożenia, i podaje odpowiednie założenia
1. Równania wymierne (2)
* rozwiązuje równania wymierne, przekształcając wyrażenia wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
1. Równania z wartością bezwzględną
* rozwiązuje równania postaci $\left|x-a\right|=b$, wykorzystując odległość między liczbami na osi liczbowej
* stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań typu $\left|ax+b\right|=c$
1. Nierówności z wartością bezwzględną
* rozwiązuje nierówności postaci: $\left|x-a\right|<b$, $\left|x-a\right|\leq b$, $\left|x-a\right|>b$, $\left|x-a\right|\geq b$, wykorzystując odległość między liczbami na osi liczbowej
* stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania nierówności typu: $\left|ax+b\right|<c$, $\left|ax+b\right|\leq c$, $\left|ax+b\right|>c$, $\left|ax+b\right|\geq c$
1. Wyrażenia wymierne – zastosowania (1)
* wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych (także osadzonych w kontekście praktycznym)
1. Wyrażenia wymierne – zastosowania (2)
* wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem
1. **TRYGONOMETRIA**
2. Trójkąty prostokątne
* podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
* stosuje twierdzenie Pitagorasa do wyznaczania długości odcinków w trójkątach prostokątnych
* korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego
* podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
* podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów:
30º, 45º, 60º
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
1. Trygonometria – zastosowania
* odczytuje wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta w tablicach lub wartości kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych
1. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych
* rozwiązuje trójkąty prostokątne
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w trójkątach i czworokątach
1. Związki między funkcjami trygonometrycznymi
* podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oraz między funkcjami trygonometrycznymi kątów $α$ i $90°-α$
* wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich
* sprawdza, czy istnieje kąt ostry spełniający podane zależności
* stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
1. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego (1)
* określa znak funkcji trygonometrycznej kąta rozwartego
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
1. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego (2)
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°
* korzysta z tablic i przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych do wyznaczenia miary kąta rozwartego
1. Pole trójkąta
* podaje różne wzory na pole trójkąta
* oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór
1. Pole czworokąta
* rozróżnia czworokąty oraz zna ich własności
* podaje wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu
* oblicza pola czworokątów
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach
1. **PLANIMETRIA**
2. Okrąg
* rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
* oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu, stosuje poznane wzory do obliczania obwodów figur
* określa liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów
* określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
* wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań
1. Koło
* podaje wzory na pole koła i pole wycinka koła
* stosuje poznane wzory do obliczania pól figur
* oblicza pole figury, wykorzystując styczność okręgów
1. Wzajemne położenie okręgu i prostej
* określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu
* stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
* określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu
1. Kąty w okręgu
* rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
* stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
* stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań
1. Okrąg opisany na trójkącie
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym oraz prostokątnym
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
* stosuje wzór $P=\frac{abc}{4R}$
1. Okrąg wpisany w trójkąt
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny oraz prostokątny
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
* stosuje wzór $P=\frac{a+b+c}{2}⋅r$
1. Wielokąty foremne
* rozpoznaje wielokąty foremne i podaje ich własności
* wyznacza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego
* wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych
1. Twierdzenie sinusów
* stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów
* stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
1. Twierdzenie cosinusów(1)
* stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów
1. Twierdzenie cosinusów (2)
* wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta
* stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym