Zakres części podstawy programowej z matematyki dla szkoły ponadpodstawowej

Liceum ogólnokształcące **Klasa IV**

**MATEMATYKA ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY**



Wymagania do egzaminu z matematyki na rok szkolny 2022/2023, przygotowane na podstawie programu nauczania dla liceum/technikum MATeMAtyka, Dorota Ponczek, Agnieszka Kamińska.

Nazywam się **Barbara Szlachta-Wota**, jestem nauczycielem, absolwentką Uniwersytetu Rzeszowskiego. Ukończyłam studia magisterskie na kierunku matematyka nauczycielska, studia inżynierskie na kierunku informatyka oraz studia podyplomowe z zakresu matematyka w finansach. Uczenie daje mi wielką satysfakcję, każdy sukces moich uczniów to nagroda i radość. Zapraszam do kontaktu pod adresem: [barbarka\_s@o2.pl](mailto:barbarka_s@o2.pl)

**1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA**

1. Reguła mnożenia

* wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
* stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
* przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia

1. Permutacje

* wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
* oblicza liczbę permutacji danego zbioru
* wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
* wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań

1. Wariacje bez powtórzeń

* oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń
* stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek
* wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań

1. Wariacje z powtórzeniami

* oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami
* wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań

1. Kombinacje

* oblicza wartość symbolu Newtona , gdzie *n* ≥ *k*
* oblicza liczbę kombinacji
* wypisuje wszystkie *k*-elementowe kombinacje danego zbioru *n*-elementowego, np. dla *k* = 4, *n* = 5
* wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań
* stosuje własności trójkąta Pascala
* wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci  i wyznaczenia współczynników wielomianów
* uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona, w tym twierdzenie: jeśli , to oraz wzory skróconego mnożenia na i wniosek: dla

1. Kombinatoryka ‒ zadania

* wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań

1. Zdarzenia losowe

* określa przestrzeń zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
* wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
* określa zdarzenia: niemożliwe i pewne
* wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych
* wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się

1. Prawdopodobieństwo klasyczne

* oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa
* wykorzystuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje, wariacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń

1. Własności prawdopodobieństwa

* podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką
* oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
* stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
* sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają
* stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa

1. Prawdopodobieństwo warunkowe

* oblicza prawdopodobieństwo warunkowe
* stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczenia prawdopodobieństwa np. sumy, iloczynu, różnicy zdarzeń

1. Prawdopodobieństwo całkowite

* sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym
* oblicza prawdopodobieństwo całkowite

1. Wzór Bayesa

* stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny

1. Doświadczenia wieloetapowe

* ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa
* oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym

1. Schemat Bernoulliego

* oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego
* stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa k sukcesów w n próbach
* wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów
* w n próbach

1. Wartość oczekiwana zmiennej losowej

* podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabelki
* oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej
* rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa

**2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY**

1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni

* wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
* wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
* przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni

1. Graniastosłupy

* określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa
* sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
* wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup
* oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego
* rysuje siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment

1. Odcinki w graniastosłupach

* oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa
* uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych i pola powierzchni danego graniastosłupa

1. Objętość graniastosłupa

* oblicza objętość graniastosłupa prostego
* oblicza objętość graniastosłupa pochyłego
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości graniastosłupa
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzoru na objętość graniastosłupa prostego

1. Ostrosłupy

* wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup
* oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę
* rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment
* oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa

1. Objętość ostrosłupa

* oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa

1. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych

* stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadnienia prostopadłości prostych
* stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań ze stereometrii

1. Kąt między prostą a płaszczyzną

* wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną
* wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie
* a płaszczyzną jego podstawy
* rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)

1. Kąt dwuścienny

* wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów
* wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów
* rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego

1. Przekroje prostopadłościanów

* wyznacza przekroje prostopadłościanu
* oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów prostopadłościanu (również z wykorzystaniem trygonometrii)

1. Przekroje ostrosłupów

* wyznacza przekroje ostrosłupa prawidłowego
* oblicza pole danego przekroju ostrosłupa
* rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów ostrosłupa

**3. BRYŁY OBROTOWE**

1. Walec

* wskazuje elementy charakteryzujące walec
* zaznacza przekrój osiowy walca
* oblicza pole powierzchni całkowitej walca
* oblicza objętość walca
* rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca

1. Stożek

* wskazuje elementy charakteryzujące stożek
* zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka
* oblicza pole powierzchni całkowitej stożka
* oblicza objętość stożka
* rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka

1. Kula

* wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę
* zaznacza przekroje kuli
* oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli

1. Bryły podobne

* wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych
* wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych do rozwiązywania zadań

1. Bryły opisane na kuli i wpisane w kulę

* rysuje przekroje brył opisanych na kuli i wpisanych w kulę
* rozwiązuje zadania dotyczące brył opisanych na kuli oraz wpisanych w kulę, np. dotyczące obliczania pola powierzchni i objętości brył (również z wykorzystaniem trygonometrii)

1. Zagadnienia optymalizacyjne

* opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą lub najmniejszą wartość

**4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE**

1. Dowody w algebrze

* dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych z pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności
* przeprowadza dowód nie wprost, np. dotyczący liczb pierwszych
* stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych
* dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną

1. Dowody w geometrii

* podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego
* wykorzystuje przystawanie trójkątów do uzasadniania własności wielokątów
* wykorzystuje podobieństwo trójkątów do uzasadniania własności wielokątów
* dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym
* wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń

**5. POWTÓRZENIE PRZED MATURĄ**

**WYMAGANIA EGZAMINACYJNE DOTYCZĄCE EGZAMINU MATURALNEGO W LATACH SZKOLNYCH 2022/2023 I 2023/2024**

<https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/podstawa_programowa/Wymagania_egzaminacyjne_2023_2024.pdf>

**str. 14-34**