**ZAKRES CZĘŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ Z MATEMATYKI
W ZAKRESIE ROZSZERZONYM
KLASA II LO**

Nazywam się **Barbara Szlachta**, jestem nauczycielem, absolwentką Uniwersytetu Rzeszowskiego. Ukończyłam studia magisterskie na kierunku matematyka nauczycielska, studia inżynierskie na kierunku informatyka oraz studia podyplomowe z zakresu matematyka w finansach. Uczenie daje mi wielką satysfakcję, każdy sukces moich uczniów to nagroda i radość.

Zapraszam do kontaktu pod adresem: **barbarka\_s@o2.pl**

|  |
| --- |
| **ZAGADNIENIA** |
| 1. Zastosowania funkcji kwadratowej |
| 1. Równania kwadratowe – powtórzenie
 |
| 1. Nierówności kwadratowe – powtórzenie
 |
| 1. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych
 |
| 1. Układy równań (1)
 |
| 1. Wzory Viѐte’a
 |
| 1. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem
 |
| 1. Funkcja kwadratowa – zastosowania (1)
 |
| 1. Funkcja kwadratowa – zastosowania (2)
 |
| 2. Wielomiany |
| 1. Stopień i współczynniki wielomianu
 |
| 1. Dodawanie i odejmowanie wielomianów
 |
| 1. Mnożenie wielomianów
 |
| 1. Wzory skróconego mnożenia
 |
| 1. Rozkład wielomianu na czynniki (1)
 |
| 1. Rozkład wielomianu na czynniki (2)
 |
| 1. Równania wielomianowe
 |
| 1. Dzielenie wielomianów
 |
| 1. Równość wielomianów
 |
| 1. Twierdzenie Bézouta
 |
| 1. Pierwiastki całkowite wielomianu
 |
| 1. Pierwiastki wielokrotne wielomianu
 |
| 1. Wykres wielomianu
 |
| 1. Nierówności wielomianowe
 |
| 1. Wielomiany – zastosowania
 |
| 3. Funkcja wymierna |
| 1. Wykres funkcji
 |
| 1. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor
 |
| 1. Funkcja homograficzna
 |
| 1. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych
 |
| 1. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych
 |
| 1. Równania wymierne
 |
| 1. Nierówności wymierne
 |
| 1. Dziedzina funkcji. Funkcje wymierne
 |
| 1. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (1)
 |
| 1. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (2)
 |
| 1. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (3)
 |
| 1. Wyrażenia wymierne – zastosowania (1)
 |
| 1. Wyrażenia wymierne – zastosowania (2)
 |
| 4. Trygonometria |
| 1. Trójkąty prostokątne
 |
| 1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego
 |
| 1. Trygonometria – zastosowania
 |
| 1. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych
 |
| 1. Związki między funkcjami trygonometrycznymi
 |
| 1. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego
 |
| 1. Pole trójkąta
 |
| 1. Pole czworokąta
 |
| 5. Planimetria |
| 1. Okrąg
 |
| 1. Koło
 |
| 1. Wzajemne położenie okręgu i prostej
 |
| 1. Kąty w okręgu
 |
| 1. Okrąg opisany na trójkącie
 |
| 1. Okrąg wpisany w trójkąt
 |
| 1. Okrąg opisany na czworokącie
 |
| 1. Okrąg wpisany w czworokąt
 |
| 1. Wielokąty foremne
 |
| 1. Twierdzenie sinusów
 |
| 1. Twierdzenie cosinusów(1)
 |
| 1. Twierdzenie cosinusów (2)
 |
| 6. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna |
| 1. Potęga o wykładniku rzeczywistym
 |
| 1. Funkcja wykładnicza
 |
| 1. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej
 |
| 1. Logarytm
 |
| 1. Własności logarytmów
 |
| 1. Funkcja logarytmiczna
 |
| 1. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej
 |
| 1. Zmiana podstawy logarytmu
 |
| 1. Funkcje wykładnicza i logarytmiczna ‒ zastosowania
 |

| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia |
| --- | --- | --- |
| 1. Równania kwadratowe – powtórzenie | * metoda rozwiązywania równań przez rozkład na czynniki
* zależność między znakiem wyróżnika a liczbą rozwiązań równania kwadratowego
* wzory na pierwiastki równania kwadratowego
 | Uczeń: * rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając z poznanych metod i wzorów
* wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość
* przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki
 |
| 2. Nierówności kwadratowe – powtórzenie | * metoda rozwiązywania nierówności kwadratowych
 | Uczeń:* rozwiązuje nierówności kwadratowe
* zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
* stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe
 |
| 3. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych | * równanie dwukwadratowe
* rozwiązywanie równań metodą podstawiania
 | Uczeń:* rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
* rozwiązuje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
 |
| 4. Układy równań (1) | * sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia
 | Uczeń:* rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie – równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
* podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli
* zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności
 |
| 5. Wzory Viѐte’a | * wzory Viète’a
* określenie znaków pierwiastków równania kwadratowego bez ich wyznaczania
 | Uczeń:* stosuje wzory Viète’a do wyznaczania sumy oraz iloczynu pierwiastków równania kwadratowego (o ile istnieją)
* określa znaki pierwiastków równania kwadratowego, wykorzystując wzory Viète’a
* stosuje wzory Viète’a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego
* układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki
* wyprowadza wzory Viète’a
 |
| 6. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem | * rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych z parametrem
 | Uczeń:* przeprowadza analizę zadania z parametrem
* zapisuje konieczne założenia tak, aby zachodziły warunki podane w treści zadania
* wyznacza te wartości parametru, dla których są spełnione warunki zadania
* rozwiązuje zadania z parametrem o znacznym stopniu trudności
 |
| 7. Funkcja kwadratowa –zastosowania (1) | * zastosowanie funkcji kwadratowej
* najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
 | Uczeń:* stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji
* wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
* stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
 |
| 8. Funkcja kwadratowa –zastosowania (2) | * tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne
 | Uczeń:* przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność
* znajduje rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki
* przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź
 |
| Wielomiany |  |  |
| 1. Stopień i współczynniki wielomianu | * definicje jednomianu, dwumianu, trójmianu, wielomianu
* stopień jednomianu i wielomianu
* współczynniki wielomianu, wyraz wolny wielomianu
* pojęcie wielomianu zerowego
* suma współczynników wielomianu
 | Uczeń: * rozróżnia wielomian, podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
* zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
* zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
* oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu
* oblicza brakujące współrzędne punktu należącego do wykresu danego wielomianu
* sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
* wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
* określa stopień wielomianu w zależności od parametru
* oblicza sumę współczynników wielomianu
 |
| 2. Dodawanie i odejmowanie wielomianów | * dodawanie wielomianów
* odejmowanie wielomianów
* stopień sumy i różnicy wielomianów
* wielomian dwóch (trzech) zmiennych
* stopień wielomianu wielu zmiennych
 | Uczeń:* wyznacza sumę wielomianów
* wyznacza różnicę wielomianów
* określa stopień sumy i różnicy wielomianów
* szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
* odczytuje informacje z danego wykresu wielomianu
* stosuje wielomian do opisania np. pola powierzchni prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu
* oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
* określa stopień wielomianu wielu zmiennych
 |
| 3. Mnożenie wielomianów | * mnożenie wielomianów
* stopień iloczynu wielomianów
 | Uczeń:* określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
* wyznacza iloczyn danych wielomianów
* podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
* stosuje wielomian do opisania objętości prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu
* wykonuje mnożenie wielomianów i porównuje współczynniki przy odpowiedniej potędze zmiennej
* stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
 |
| 4. Wzory skróconego mnożenia | * wzory skróconego mnożenia: oraz
* wzory: oraz
 | Uczeń:* stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę lub różnicę sześcianów
* przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
* stosuje wzory skróconego mnożenia do obliczania objętości
* stosuje wzory do usuwania niewymierności z mianownika
* wyprowadza wzory skróconego mnożenia
* stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
 |
| 5. Rozkład wielomianu na czynniki (1) | * rozkład wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki
* zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: kwadratu sumy i różnicy oraz wzoru na różnicę kwadratów
* twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki
 | Uczeń:* wyłącza wspólny czynnik przed nawias
* stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki
* wykorzystuje rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki do rozkładu wielomianu na czynniki
* zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia
* rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów
 |
| 6. Rozkład wielomianu na czynniki (2) | * zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: sumy i różnicy sześcianów
* metoda grupowania wyrazów
 | Uczeń:* stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianów na czynniki
* stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów do rozkładu wielomianu na czynniki
* rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie
 |
| 7. Równania wielomianowe | * pojęcie pierwiastka wielomianu
* równanie wielomianowe
 | Uczeń:* rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias
* wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej oraz dwóch wielomianów
* podaje przykład wielomianu, gdy dane są jego stopień i pierwiastki
* wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach
 |
| 8. Dzielenie wielomianów | * algorytm dzielenia wielomianów
* podzielność wielomianów
* twierdzenie o rozkładzie wielomianu
 | Uczeń:* dzieli wielomian przez dwumian
* stosuje schemat Hornera
* zapisuje wielomian w postaci
* sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
* przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci *x – a* (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku
 |
| 9. Równość wielomianów | * wielomiany równe
 | Uczeń:* wyznacza wartości parametrów tak, aby wielomiany były równe, ustalając stopień wielomianów i porównując współczynniki przy tych samych potęgach zmiennej
 |
| 10. Twierdzenie Bézouta | * twierdzenie o reszcie
* twierdzenie Bézouta
 | Uczeń:* sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian *x – a* bez wykonywania dzielenia
* wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian *x – a*
* sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki
* wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian
* sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian (*x – p*)(*x – q*) bez wykonywania dzielenia
* przeprowadza dowód twierdzenia Bézouta
 |
| 11. Pierwiastki całkowite wielomianu | * twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu
 | Uczeń:* wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
* rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych
* stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w zadaniach różnych typów
* przeprowadza dowód twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
 |
| 12. Pierwiastki wielokrotne wielomianu | * definicja pierwiastka *k*-krotnego wielomianu
* twierdzenie o liczbie pierwiastków wielomianu *n*-tego stopnia
 | Uczeń:* wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
* bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność, gdy dane są stopień wielomianu i jego pierwiastki całkowite
* znając pierwiastek wielomianu i jego krotność, wyznacza pozostałe pierwiastki wielomianu
* podaje przykłady wielomianu, gdy dane są jego stopień oraz pierwiastki i ich krotność
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
 |
| 13. Wykres wielomianu | * przykładowe wykresy wielomianów stopnia trzeciego i czwartego (wykres wielomianu stopnia pierwszego, wykres wielomianu stopnia drugiego – powtórzenie)
* znak wielomianu w przedziale , gdzie *a* jest największym pierwiastkiem
* zmiana znaku wielomianu
 | Uczeń:* szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
* dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
* podaje wzór wielomianu, gdy dane są współczynnik przy najwyższej potędze oraz szkic wykresu
* szkicuje wykres danego wielomianu, po wyznaczeniu jego pierwiastków
 |
| 14. Nierówności wielomianowe | * wartości dodatnie i ujemne funkcji
* nierówności wielomianowe
* siatka znaków wielomianu
 | Uczeń:* rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu
* rozwiązuje nierówności wielomianowe, wykorzystując postać iloczynową wielomianu (dowolną metodą: szkicując wykres lub tworząc siatkę znaków)
* rozwiązuje nierówność wielomianową, gdy dany jest wzór ogólny wielomianu
* stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
* wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
* stosuje nierówności wielomianowe w zadaniach z parametrem
 |
| 15. Wielomiany – zastosowania | * zastosowanie wielomianów do rozwiązywania zadań tekstowych
 | Uczeń:* opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu
* rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe
 |
| Funkcja wymierna |  |  |
| 1. Wykres funkcji  | * hiperbola – wykres funkcji , gdzie
* asymptoty poziome i pionowe wykresu funkcji
* własności funkcji, gdzie
* osie symetrii hiperboli
* środek symetrii hiperboli
 | Uczeń:* szkicuje wykres funkcji , gdzie , i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
* szkicuje wykres funkcji , gdzie w podanym zbiorze
* odczytuje z wykresu współrzędne punktów przecięcia prostej i hiperboli
* wyznacza współczynnik *a* tak, aby funkcja spełniała podane warunki
 |
| 2. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor | * przesunięcie wykresu funkcji o wektor
 | Uczeń: * przesuwa wykres funkcji o dany wektor, podaje wzór i określa własności otrzymanej funkcji
* wyznacza dziedzinę i podaje równania asymptot wykresu funkcji określonej wzorem
* podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , aby otrzymać wykres funkcji ; szkicuje wykres funkcji
* wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
* dobiera wzór funkcji do jej wykresu
* wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki
* wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem
 |
| 3. Funkcja homograficzna | * określenie funkcji homograficznej
* wykres funkcji homograficznej
* postać kanoniczna funkcji homograficznej
* asymptoty wykresu funkcji homograficznej
 | Uczeń:* przekształca wzór ogólny funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
* szkicuje wykres funkcji homograficznej i określa jej własności
* wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej
* podaje przykładowy wzór funkcji homograficznej, znając jej dziedzinę i zbiór wartości
* rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące funkcji homograficznej
* rozwiązuje zadania z parametrem na podstawie funkcji homograficznej
 |
| 4. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych | * mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych
* dziedziny iloczynu i ilorazu wyrażeń wymiernych
 | Uczeń:* wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego i oblicza jego wartość dla danej wartości zmiennej
* upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne
* wyznacza dziedziny iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych
* mnoży wyrażenia wymierne
* dzieli wyrażenia wymierne
* wykorzystuje mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań
* mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia
 |
| 5. Dodawaniei odejmowanie wyrażeń wymiernych | * dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych
* dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych
 | Uczeń:* wyznacza dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych
* dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne
* przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
 |
| 6. Równania wymierne | * równania wymierne
 | Uczeń: * rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
* znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej
* rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
 |
| 7. Nierówności wymierne | * znak ilorazu a znak iloczynu
* nierówności wymierne
 | Uczeń:* odczytuje z danego wykresu zbiór rozwiązań nierówności wymiernej
* rozwiązuje nierówności wymierne i podaje odpowiednie założenia
* stosuje nierówności wymierne do porównywania wartości funkcji
* rozwiązuje graficznie nierówności wymierne
* rozwiązuje układy nierówności wymiernych
 |
| 8. Dziedzina funkcji. Funkcje wymierne | * funkcja wymierna
* dziedzina funkcji wymiernej
* równość funkcji
 | Uczeń:* wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji, w której wzorze występują ułamki i pierwiastki
* wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
* bada, czy dane funkcje są równe, i szkicuje ich wykresy
* wyznacza iloczyn i iloraz danych funkcji wymiernych, określa dziedziny iloczynu i ilorazu
* rozwiązuje zadania, korzystając z danego wykresu funkcji wymiernej, oraz zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
 |
| 9. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (1) | * metody rozwiązywania równańi nierówności z wartością bezwzględną
* wartość bezwzględna iloczynu i ilorazu
 | Uczeń:* rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną
* rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje wartość bezwzględna tego samego wyrażenia
 |
| 10. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (2) | * metody rozwiązywania równańi nierówności z wartością bezwzględną
 | Uczeń:* rozwiązuje równania i nierówności typu
* rozwiązuje równania i nierówności zapisane za pomocą sumy kilku wartości bezwzględnych
* rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej
* przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje wykresy tych funkcji i podaje własności
 |
| 11. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (3) | * wartość bezwzględna w wyrażeniach wymiernych
 | Uczeń: * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych
* zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających zadane warunki
 |
| 12. Wyrażenia wymierne – zastosowania (1) | * zastosowanie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych
 | Uczeń:* wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych
 |
| 13. Wyrażenia wymierne – zastosowania (2) | * zastosowanie zależności
 | Uczeń:* wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem
 |
| Trygonometria |  |  |
| 1.Trójkąty prostokątne | * twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
* wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
 | Uczeń:* podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
* stosuje twierdzenie Pitagorasa do wyznaczania długości odcinków w trójkątach prostokątnych
* korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
* przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
 |
| 2. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego | * definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego
* wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30º, 45º, 60º
 | Uczeń:* podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
* podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30º, 45º, 60º
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
* uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
 |
| 3. Trygonometria – zastosowania | * odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów w tablicach
* odczytywanie miary kąta, dla którego dana jest wartość funkcji trygonometrycznej
 | Uczeń:* odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego lub wartość kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznej
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych
 |
| 4. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych | * rozwiązywanie trójkątów prostokątnych
 | Uczeń:* rozwiązuje trójkąty prostokątne
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach i prostopadłościanach
 |
| 5. Związki między funkcjami trygonometrycznymi  | * podstawowe tożsamości trygonometryczne
* zależności między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych w trójkącie prostokątnym: , , ,
 | Uczeń:* podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oraz między funkcjami trygonometrycznymi kątów i
* wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich
* sprawdza, czy istnieje kąt ostry spełniający podane zależności
* stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
* uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi
 |
| 6. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego | * definicje funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego
* własności funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego
* zależności: ,
* związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta wypukłego
 | Uczeń:* określa znak funkcji trygonometrycznej kąta rozwartego
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
* stosuje wzory: , do obliczania wartości wyrażenia
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
* zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
 |
| 7. Pole trójkąta | * wzory na pole trójkąta (, , wzór Herona)
* wzór na pole trójkąta równobocznego
 | Uczeń:* podaje różne wzory na pole trójkąta
* oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór
* wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
* dowodzi zależności w trójkątach z zastosowaniem trygonometrii
* wyprowadza wzór
* wykorzystuje poznane wzory na pole trójkąta do rozwiązywania zadań
 |
| 8. Pole czworokąta | * wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu
 | Uczeń:* rozróżnia czworokąty oraz zna ich własności
* podaje wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu
* oblicza pola czworokątów
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach
* uzasadnia związki miarowe w czworokątach
 |
| Planimetria |  |  |
| 1. Okrąg | * długość okręgu
* kąt środkowy
* długość łuku okręgu
* wzajemne położenie okręgów
 | Uczeń:* rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
* oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu
* określa wzajemne położenie dwóch okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
* wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań
 |
| 2. Koło | * pole koła
* pole wycinka koła
* pierścień kołowy
* odcinek koła
 | Uczeń:* oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła i pole wycinka koła
 |
| 3. Wzajemne położenie okręgu i prostej | * styczna do okręgu
* sieczna okręgu
* twierdzenie o odcinkach stycznych
 | Uczeń:* określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu, określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu
* stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
 |
| 4. Kąty w okręgu | * pojęcie kąta wpisanego
* twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
* twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu
* twierdzenie o cięciwach
 | Uczeń:* rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
* stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia i twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu
* formułuje twierdzenie dotyczące kątów środkowego i wpisanego w okrąg oraz dowodzi jego prawdziwości
* stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
* przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach
 |
| 5. Okrąg opisany na trójkącie | * okrąg opisany na trójkącie
* promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym
* wzór na pole trójkąta
 | Uczeń:* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii
* stosuje wzór
* wyprowadza wzór
 |
| 6. Okrąg wpisany w trójkąt | * okrąg wpisany w trójkąt
* wzór na pole trójkąta
 | Uczeń:* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt
* stosuje wzór
* wyprowadza wzór
 |
| 7. Okrąg opisany na czworokącie | * twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie
 | Uczeń:* sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
* stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań
* uzasadnia, że jeśli na czworokącie można opisać okrąg, to sumy miar przeciwległych kątów tego czworokąta są równe i mają po 180°
 |
| 8. Okrąg wpisany w czworokąt | * twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt
 | Uczeń:* sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
* stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań
* uzasadnia, że jeśli w czworokąt wypukły można wpisać okrąg, to sumy długości przeciwległych boków tego czworokąta są równe
 |
| 9. Wielokąty foremne | * wielokąt foremny
* promień okręgu opisanego na sześciokącie foremnym
* promień okręgu wpisanego w sześciokąt foremny
* miara kąta wewnętrznego wielokąta foremnego
 | Uczeń:* rozpoznaje wielokąty foremne i podaje ich własności
* oblicza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego
* wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych
* oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny
* formułuje twierdzenia dotyczące związków w wielokątach foremnych oraz dowodzi ich prawdziwości
 |
| 10. Twierdzenie sinusów | * twierdzenie sinusów
 | Uczeń:* stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów
* stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
* wykorzystuje twierdzenie sinusów w zadaniach na dowodzenie
* przeprowadza dowód twierdzenia sinusów
 |
| 11. Twierdzenie cosinusów(1) | * twierdzenie cosinusów
 | Uczeń:* stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów
* przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów
 |
| 12. Twierdzenie cosinusów (2) | * twierdzenie o największym kącie w trójkącie
 | Uczeń:* wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, gdy dane są długości boków trójkąta
* bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
* stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań
* stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
 |
| Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna |  |  |
| 1. Potęga o wykładniku rzeczywistym | * definicja potęgi o podstawie będącej liczbą dodatnią i wykładniku rzeczywistym
* prawa działań na potęgach

o wykładnikach rzeczywistych | Uczeń:* zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym
* upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
* porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
 |
| 2. Funkcja wykładnicza | * definicja funkcji wykładniczej
* wykres funkcji wykładniczej
* własności funkcji wykładniczej
 | Uczeń:* oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
* sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
* szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
* porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej
* wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres
* rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej
 |
| 3. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej (1) | * przesunięcie wykresu funkcji wykładniczej o wektor
* przekształcenie wykresu funkcji wykładniczej przez symetrię względem osi układu współrzędnych
 | Uczeń:* szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
* szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia przesunięcia o wektor i symetrii względem osi układu współrzędnych i podaje wartości tej funkcji
* rozwiązuje graficznie proste nierówności wykładnicze, korzystając z odpowiednio przekształconego wykresu funkcji wykładniczej
 |
| 4. Logarytm | * definicja logarytmu – powtórzenie
* własności logarytmu:  – powtórzenie
* równości: , gdzie
* pojęcie logarytmu dziesiętnego – powtórzenie
 | Uczeń:* oblicza logarytm danej liczby
* stosuje do obliczeń równości wynikające z definicji logarytmu
* wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
* podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
* udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np.
 |
| 5. Własności logarytmów | * twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu

oraz logarytmie potęgi – powtórzenie | Uczeń:* stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
* podaje założenia i zapisuje w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy
* stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
* udowadnia twierdzenia o logarytmach
 |
| 6. Funkcja logarytmiczna | * definicja funkcji logarytmicznej
* wykres funkcji logarytmicznej
* własności funkcji logarytmicznej
 | Uczeń:* szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
* oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
* wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
* rozwiązuje proste nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej
* wykorzystuje własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu, w tym zadań z parametrem
 |
| 7. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej | * przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej – przesunięcie o wektor, przekształcenie przez symetrię względem osi układu współrzędnych
 | Uczeń:* szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując poznane przekształcenia, i określa jej własności
* wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji logarytmicznej
* rozwiązuje nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej
* rozwiązuje graficznie równania, znajdując na rysunku punkty wspólne wykresu funkcji logarytmicznej i prostej
* zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne są opisane za pomocą nierówności logarytmicznych
 |
| 8. Zmiana podstawy logarytmu | * twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu
 | Uczeń:* stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami
* stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu

do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami* wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
* udowadnia twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu
 |
| 9. Funkcje wykładniczei logarytmiczne ‒ zastosowania  | * wzrost wykładniczy
* rozpad promieniotwórczy
 | Uczeń:* wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
 |
|  |  |  |