**ZAKRES CZĘŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ Z MATEMATYKI   
W ZAKRESIE ROZSZERZONYM  
KLASA II LO**

Nazywam się **Barbara Szlachta**, jestem nauczycielem, absolwentką Uniwersytetu Rzeszowskiego. Ukończyłam studia magisterskie na kierunku matematyka nauczycielska, studia inżynierskie na kierunku informatyka oraz studia podyplomowe z zakresu matematyka w finansach. Uczenie daje mi wielką satysfakcję, każdy sukces moich uczniów to nagroda i radość.

Zapraszam do kontaktu pod adresem: [**barbarka\_s@o2.pl**](mailto:barbarka_s@o2.pl)

|  |
| --- |
| **ZAGADNIENIA** |
| 1. Zastosowania funkcji kwadratowej |
| 1. Równania kwadratowe – powtórzenie |
| 1. Nierówności kwadratowe – powtórzenie |
| 1. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych |
| 1. Układy równań (1) |
| 1. Wzory Viѐte’a |
| 1. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem |
| 1. Funkcja kwadratowa – zastosowania (1) |
| 1. Funkcja kwadratowa – zastosowania (2) |
| 2. Wielomiany |
| 1. Stopień i współczynniki wielomianu |
| 1. Dodawanie i odejmowanie wielomianów |
| 1. Mnożenie wielomianów |
| 1. Wzory skróconego mnożenia |
| 1. Rozkład wielomianu na czynniki (1) |
| 1. Rozkład wielomianu na czynniki (2) |
| 1. Równania wielomianowe |
| 1. Dzielenie wielomianów |
| 1. Równość wielomianów |
| 1. Twierdzenie Bézouta |
| 1. Pierwiastki całkowite wielomianu |
| 1. Pierwiastki wielokrotne wielomianu |
| 1. Wykres wielomianu |
| 1. Nierówności wielomianowe |
| 1. Wielomiany – zastosowania |
| 3. Funkcja wymierna |
| 1. Wykres funkcji |
| 1. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor |
| 1. Funkcja homograficzna |
| 1. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych |
| 1. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych |
| 1. Równania wymierne |
| 1. Nierówności wymierne |
| 1. Dziedzina funkcji. Funkcje wymierne |
| 1. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (1) |
| 1. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (2) |
| 1. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (3) |
| 1. Wyrażenia wymierne – zastosowania (1) |
| 1. Wyrażenia wymierne – zastosowania (2) |
| 4. Trygonometria |
| 1. Trójkąty prostokątne |
| 1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego |
| 1. Trygonometria – zastosowania |
| 1. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych |
| 1. Związki między funkcjami trygonometrycznymi |
| 1. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego |
| 1. Pole trójkąta |
| 1. Pole czworokąta |
| 5. Planimetria |
| 1. Okrąg |
| 1. Koło |
| 1. Wzajemne położenie okręgu i prostej |
| 1. Kąty w okręgu |
| 1. Okrąg opisany na trójkącie |
| 1. Okrąg wpisany w trójkąt |
| 1. Okrąg opisany na czworokącie |
| 1. Okrąg wpisany w czworokąt |
| 1. Wielokąty foremne |
| 1. Twierdzenie sinusów |
| 1. Twierdzenie cosinusów(1) |
| 1. Twierdzenie cosinusów (2) |
| 6. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna |
| 1. Potęga o wykładniku rzeczywistym |
| 1. Funkcja wykładnicza |
| 1. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej |
| 1. Logarytm |
| 1. Własności logarytmów |
| 1. Funkcja logarytmiczna |
| 1. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej |
| 1. Zmiana podstawy logarytmu |
| 1. Funkcje wykładnicza i logarytmiczna ‒ zastosowania |

| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia |
| --- | --- | --- |
| 1. Równania kwadratowe – powtórzenie | * metoda rozwiązywania równań przez rozkład na czynniki * zależność między znakiem wyróżnika a liczbą rozwiązań równania kwadratowego * wzory na pierwiastki równania kwadratowego | Uczeń:   * rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając z poznanych metod i wzorów * wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość * przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki |
| 2. Nierówności kwadratowe – powtórzenie | * metoda rozwiązywania nierówności kwadratowych | Uczeń:   * rozwiązuje nierówności kwadratowe * zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych * stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe |
| 3. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych | * równanie dwukwadratowe * rozwiązywanie równań metodą podstawiania | Uczeń:   * rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych * rozwiązuje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych |
| 4. Układy równań (1) | * sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia | Uczeń:   * rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie – równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania * podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli * zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności |
| 5. Wzory Viѐte’a | * wzory Viète’a * określenie znaków pierwiastków równania kwadratowego bez ich wyznaczania | Uczeń:   * stosuje wzory Viète’a do wyznaczania sumy oraz iloczynu pierwiastków równania kwadratowego (o ile istnieją) * określa znaki pierwiastków równania kwadratowego, wykorzystując wzory Viète’a * stosuje wzory Viète’a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego * układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki * wyprowadza wzory Viète’a |
| 6. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem | * rozwiązywanie równań  i nierówności kwadratowych  z parametrem | Uczeń:   * przeprowadza analizę zadania z parametrem * zapisuje konieczne założenia tak, aby zachodziły warunki podane w treści zadania * wyznacza te wartości parametru, dla których są spełnione warunki zadania * rozwiązuje zadania z parametrem o znacznym stopniu trudności |
| 7. Funkcja kwadratowa –zastosowania (1) | * zastosowanie funkcji kwadratowej * najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej  w przedziale domkniętym | Uczeń:   * stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji * wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym * stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych |
| 8. Funkcja kwadratowa –zastosowania (2) | * tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne | Uczeń:   * przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność * znajduje rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki * przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź |
| Wielomiany |  |  |
| 1. Stopień i współczynniki wielomianu | * definicje jednomianu, dwumianu, trójmianu, wielomianu * stopień jednomianu i wielomianu * współczynniki wielomianu, wyraz wolny wielomianu * pojęcie wielomianu zerowego * suma współczynników wielomianu | Uczeń:   * rozróżnia wielomian, podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników * zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach * zapisuje wielomian w sposób uporządkowany * oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu * oblicza brakujące współrzędne punktu należącego do wykresu danego wielomianu * sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu * wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki * określa stopień wielomianu w zależności od parametru * oblicza sumę współczynników wielomianu |
| 2. Dodawanie i odejmowanie wielomianów | * dodawanie wielomianów * odejmowanie wielomianów * stopień sumy i różnicy wielomianów * wielomian dwóch (trzech) zmiennych * stopień wielomianu wielu zmiennych | Uczeń:   * wyznacza sumę wielomianów * wyznacza różnicę wielomianów * określa stopień sumy i różnicy wielomianów * szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego * odczytuje informacje z danego wykresu wielomianu * stosuje wielomian do opisania np. pola powierzchni prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu * oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów * określa stopień wielomianu wielu zmiennych |
| 3. Mnożenie wielomianów | * mnożenie wielomianów * stopień iloczynu wielomianów | Uczeń:   * określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia * wyznacza iloczyn danych wielomianów * podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów * stosuje wielomian do opisania objętości prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu * wykonuje mnożenie wielomianów i porównuje współczynniki przy odpowiedniej potędze zmiennej * stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów |
| 4. Wzory skróconego mnożenia | * wzory skróconego mnożenia:  oraz * wzory: oraz | Uczeń:   * stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę lub różnicę sześcianów * przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia * stosuje wzory skróconego mnożenia do obliczania objętości * stosuje wzory do usuwania niewymierności  z mianownika * wyprowadza wzory skróconego mnożenia * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń |
| 5. Rozkład wielomianu na czynniki (1) | * rozkład wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki * zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: kwadratu sumy i różnicy oraz wzoru na różnicę kwadratów * twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki | Uczeń:   * wyłącza wspólny czynnik przed nawias * stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki * wykorzystuje rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki do rozkładu wielomianu na czynniki * zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia * rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów |
| 6. Rozkład wielomianu na czynniki (2) | * zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: sumy i różnicy sześcianów * metoda grupowania wyrazów | Uczeń:   * stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianów na czynniki * stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów do rozkładu wielomianu na czynniki * rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie |
| 7. Równania wielomianowe | * pojęcie pierwiastka wielomianu * równanie wielomianowe | Uczeń:   * rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias * wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej oraz dwóch wielomianów * podaje przykład wielomianu, gdy dane są jego stopień i pierwiastki * wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach |
| 8. Dzielenie wielomianów | * algorytm dzielenia wielomianów * podzielność wielomianów * twierdzenie o rozkładzie wielomianu | Uczeń:   * dzieli wielomian przez dwumian * stosuje schemat Hornera * zapisuje wielomian w postaci * sprawdza poprawność wykonanego dzielenia * przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci *x – a* (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku |
| 9. Równość wielomianów | * wielomiany równe | Uczeń:   * wyznacza wartości parametrów tak, aby wielomiany były równe, ustalając stopień wielomianów i porównując współczynniki przy tych samych potęgach zmiennej |
| 10. Twierdzenie Bézouta | * twierdzenie o reszcie * twierdzenie Bézouta | Uczeń:   * sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian *x – a* bez wykonywania dzielenia * wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian *x – a* * sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki * wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian * sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian  (*x – p*)(*x – q*) bez wykonywania dzielenia * przeprowadza dowód twierdzenia Bézouta |
| 11. Pierwiastki całkowite wielomianu | * twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu | Uczeń:   * wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych * rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych * stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w zadaniach różnych typów * przeprowadza dowód twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu |
| 12. Pierwiastki wielokrotne wielomianu | * definicja pierwiastka *k*-krotnego wielomianu * twierdzenie o liczbie pierwiastków wielomianu *n*-tego stopnia | Uczeń:   * wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej * bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność, gdy dane są stopień wielomianu i jego pierwiastki całkowite * znając pierwiastek wielomianu i jego krotność, wyznacza pozostałe pierwiastki wielomianu * podaje przykłady wielomianu, gdy dane są jego stopień oraz pierwiastki i ich krotność * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych |
| 13. Wykres wielomianu | * przykładowe wykresy wielomianów stopnia trzeciego i czwartego (wykres wielomianu stopnia pierwszego, wykres wielomianu stopnia drugiego – powtórzenie) * znak wielomianu w przedziale , gdzie *a* jest największym pierwiastkiem * zmiana znaku wielomianu | Uczeń:   * szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa * dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu * podaje wzór wielomianu, gdy dane są współczynnik przy najwyższej potędze oraz szkic wykresu * szkicuje wykres danego wielomianu, po wyznaczeniu jego pierwiastków |
| 14. Nierówności wielomianowe | * wartości dodatnie i ujemne funkcji * nierówności wielomianowe * siatka znaków wielomianu | Uczeń:   * rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu * rozwiązuje nierówności wielomianowe, wykorzystując postać iloczynową wielomianu (dowolną metodą: szkicując wykres lub tworząc siatkę znaków) * rozwiązuje nierówność wielomianową, gdy dany jest wzór ogólny wielomianu * stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków * wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi * stosuje nierówności wielomianowe w zadaniach z parametrem |
| 15. Wielomiany – zastosowania | * zastosowanie wielomianów do rozwiązywania zadań tekstowych | Uczeń:   * opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu * rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe |
| Funkcja wymierna |  |  |
| 1. Wykres funkcji | * hiperbola – wykres funkcji  , gdzie * asymptoty poziome i pionowe wykresu funkcji * własności funkcji,  gdzie * osie symetrii hiperboli * środek symetrii hiperboli | Uczeń:   * szkicuje wykres funkcji , gdzie , i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu * szkicuje wykres funkcji , gdzie w podanym zbiorze * odczytuje z wykresu współrzędne punktów przecięcia prostej i hiperboli * wyznacza współczynnik *a* tak, aby funkcja spełniała podane warunki |
| 2. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor | * przesunięcie wykresu funkcji o wektor | Uczeń:   * przesuwa wykres funkcji o dany wektor, podaje wzór i określa własności otrzymanej funkcji * wyznacza dziedzinę i podaje równania asymptot wykresu funkcji określonej wzorem * podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , aby otrzymać wykres funkcji ; szkicuje wykres funkcji * wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku * dobiera wzór funkcji do jej wykresu * wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki * wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem |
| 3. Funkcja homograficzna | * określenie funkcji homograficznej * wykres funkcji homograficznej * postać kanoniczna funkcji homograficznej * asymptoty wykresu funkcji homograficznej | Uczeń:   * przekształca wzór ogólny funkcji homograficznej do postaci kanonicznej * szkicuje wykres funkcji homograficznej i określa jej własności * wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej * podaje przykładowy wzór funkcji homograficznej, znając jej dziedzinę i zbiór wartości * rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące funkcji homograficznej * rozwiązuje zadania z parametrem na podstawie funkcji homograficznej |
| 4. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych | * mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych * dziedziny iloczynu i ilorazu wyrażeń wymiernych | Uczeń:   * wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego i oblicza jego wartość dla danej wartości zmiennej * upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne * wyznacza dziedziny iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych * mnoży wyrażenia wymierne * dzieli wyrażenia wymierne * wykorzystuje mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań * mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia |
| 5. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych | * dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych * dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych | Uczeń:   * wyznacza dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych * dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne * przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną |
| 6. Równania wymierne | * równania wymierne | Uczeń:   * rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia * znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej * rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne |
| 7. Nierówności wymierne | * znak ilorazu a znak iloczynu * nierówności wymierne | Uczeń:   * odczytuje z danego wykresu zbiór rozwiązań nierówności wymiernej * rozwiązuje nierówności wymierne i podaje odpowiednie założenia * stosuje nierówności wymierne do porównywania wartości funkcji * rozwiązuje graficznie nierówności wymierne * rozwiązuje układy nierówności wymiernych |
| 8. Dziedzina funkcji. Funkcje wymierne | * funkcja wymierna * dziedzina funkcji wymiernej * równość funkcji | Uczeń:   * wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji, w której wzorze występują ułamki i pierwiastki * wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem * bada, czy dane funkcje są równe, i szkicuje ich wykresy * wyznacza iloczyn i iloraz danych funkcji wymiernych, określa dziedziny iloczynu i ilorazu * rozwiązuje zadania, korzystając z danego wykresu funkcji wymiernej, oraz zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej |
| 9. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (1) | * metody rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną * wartość bezwzględna iloczynu i ilorazu | Uczeń:   * rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną * rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje wartość bezwzględna tego samego wyrażenia |
| 10. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (2) | * metody rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną | Uczeń:   * rozwiązuje równania i nierówności typu * rozwiązuje równania i nierówności zapisane za pomocą sumy kilku wartości bezwzględnych * rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej * przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje wykresy tych funkcji i podaje własności |
| 11. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (3) | * wartość bezwzględna w wyrażeniach wymiernych | Uczeń:   * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających zadane warunki |
| 12. Wyrażenia wymierne – zastosowania (1) | * zastosowanie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych | Uczeń:   * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych |
| 13. Wyrażenia wymierne – zastosowania (2) | * zastosowanie zależności | Uczeń:   * wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem |
| Trygonometria |  |  |
| 1.Trójkąty prostokątne | * twierdzenie Pitagorasa  i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa * wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego | Uczeń:   * podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego * stosuje twierdzenie Pitagorasa do wyznaczania długości odcinków w trójkątach prostokątnych * korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego * przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa |
| 2. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego | * definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego * wartości funkcji trygonometrycznych kątów:  30º, 45º, 60º | Uczeń:   * podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym * podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów:  30º, 45º, 60º * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach * uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych |
| 3. Trygonometria – zastosowania | * odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów  w tablicach * odczytywanie miary kąta, dla którego dana jest wartość funkcji trygonometrycznej | Uczeń:   * odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego lub wartość kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznej * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych |
| 4. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych | * rozwiązywanie trójkątów prostokątnych | Uczeń:   * rozwiązuje trójkąty prostokątne * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach i prostopadłościanach |
| 5. Związki między funkcjami trygonometrycznymi | * podstawowe tożsamości trygonometryczne * zależności między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych w trójkącie prostokątnym:  ,  ,  , | Uczeń:   * podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oraz między funkcjami trygonometrycznymi kątów i * wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich * sprawdza, czy istnieje kąt ostry spełniający podane zależności * stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne * uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi |
| 6. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego | * definicje funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego * własności funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego * zależności:  , * związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta wypukłego | Uczeń:   * określa znak funkcji trygonometrycznej kąta rozwartego * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku * stosuje wzory:  , do obliczania wartości wyrażenia * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych * zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej |
| 7. Pole trójkąta | * wzory na pole trójkąta  (, , wzór Herona) * wzór na pole trójkąta równobocznego | Uczeń:   * podaje różne wzory na pole trójkąta * oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór * wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów * dowodzi zależności w trójkątach z zastosowaniem trygonometrii * wyprowadza wzór * wykorzystuje poznane wzory na pole trójkąta do rozwiązywania zadań |
| 8. Pole czworokąta | * wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu | Uczeń:   * rozróżnia czworokąty oraz zna ich własności * podaje wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu * oblicza pola czworokątów * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach * uzasadnia związki miarowe w czworokątach |
| Planimetria |  |  |
| 1. Okrąg | * długość okręgu * kąt środkowy * długość łuku okręgu * wzajemne położenie okręgów | Uczeń:   * rozpoznaje kąty środkowe w okręgu * oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu * określa wzajemne położenie dwóch okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań |
| 2. Koło | * pole koła * pole wycinka koła * pierścień kołowy * odcinek koła | Uczeń:   * oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła i pole wycinka koła |
| 3. Wzajemne położenie okręgu i prostej | * styczna do okręgu * sieczna okręgu * twierdzenie o odcinkach stycznych | Uczeń:   * określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu, określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu * stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań |
| 4. Kąty w okręgu | * pojęcie kąta wpisanego * twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia * twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu * twierdzenie o cięciwach | Uczeń:   * rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte * stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia i twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu * formułuje twierdzenie dotyczące kątów środkowego i wpisanego w okrąg oraz dowodzi jego prawdziwości * stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach * przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach |
| 5. Okrąg opisany na trójkącie | * okrąg opisany na trójkącie * promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym * wzór na pole trójkąta | Uczeń:   * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii * stosuje wzór * wyprowadza wzór |
| 6. Okrąg wpisany w trójkąt | * okrąg wpisany w trójkąt * wzór na pole trójkąta | Uczeń:   * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt * stosuje wzór * wyprowadza wzór |
| 7. Okrąg opisany na czworokącie | * twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie | Uczeń:   * sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg * stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań * uzasadnia, że jeśli na czworokącie można opisać okrąg, to sumy miar przeciwległych kątów tego czworokąta są równe i mają po 180° |
| 8. Okrąg wpisany w czworokąt | * twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt | Uczeń:   * sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg * stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań * uzasadnia, że jeśli w czworokąt wypukły można wpisać okrąg, to sumy długości przeciwległych boków tego czworokąta są równe |
| 9. Wielokąty foremne | * wielokąt foremny * promień okręgu opisanego na sześciokącie foremnym * promień okręgu wpisanego w sześciokąt foremny * miara kąta wewnętrznego wielokąta foremnego | Uczeń:   * rozpoznaje wielokąty foremne i podaje ich własności * oblicza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego * wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych * oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny * formułuje twierdzenia dotyczące związków w wielokątach foremnych oraz dowodzi ich prawdziwości |
| 10. Twierdzenie sinusów | * twierdzenie sinusów | Uczeń:   * stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów * stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym * wykorzystuje twierdzenie sinusów w zadaniach na dowodzenie * przeprowadza dowód twierdzenia sinusów |
| 11. Twierdzenie cosinusów(1) | * twierdzenie cosinusów | Uczeń:   * stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów * przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów |
| 12. Twierdzenie cosinusów (2) | * twierdzenie o największym kącie w trójkącie | Uczeń:   * wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, gdy dane są długości boków trójkąta * bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny * stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań * stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym |
| Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna |  |  |
| 1. Potęga o wykładniku rzeczywistym | * definicja potęgi o podstawie będącej liczbą dodatnią i wykładniku rzeczywistym * prawa działań na potęgach   o wykładnikach rzeczywistych | Uczeń:   * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg |
| 2. Funkcja wykładnicza | * definicja funkcji wykładniczej * wykres funkcji wykładniczej * własności funkcji wykładniczej | Uczeń:   * oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów * sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej * szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej * wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres * rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej |
| 3. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej (1) | * przesunięcie wykresu funkcji wykładniczej o wektor * przekształcenie wykresu funkcji wykładniczej przez symetrię względem osi układu współrzędnych | Uczeń:   * szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności * szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia przesunięcia o wektor i symetrii względem osi układu współrzędnych i podaje wartości tej funkcji * rozwiązuje graficznie proste nierówności wykładnicze, korzystając z odpowiednio przekształconego wykresu funkcji wykładniczej |
| 4. Logarytm | * definicja logarytmu – powtórzenie * własności logarytmu:   – powtórzenie * równości: , gdzie * pojęcie logarytmu dziesiętnego – powtórzenie | Uczeń:   * oblicza logarytm danej liczby * stosuje do obliczeń równości wynikające z definicji logarytmu * wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej * podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic * udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. |
| 5. Własności logarytmów | * twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu   oraz logarytmie potęgi – powtórzenie | Uczeń:   * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami * podaje założenia i zapisuje w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy * stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń * udowadnia twierdzenia o logarytmach |
| 6. Funkcja logarytmiczna | * definicja funkcji logarytmicznej * wykres funkcji logarytmicznej * własności funkcji logarytmicznej | Uczeń:   * szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności * oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji * wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie * rozwiązuje proste nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej * wykorzystuje własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu, w tym zadań z parametrem |
| 7. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej | * przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej – przesunięcie o wektor, przekształcenie przez symetrię względem osi układu współrzędnych | Uczeń:   * szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując poznane przekształcenia, i określa jej własności * wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji logarytmicznej * rozwiązuje nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej * rozwiązuje graficznie równania, znajdując na rysunku punkty wspólne wykresu funkcji logarytmicznej i prostej * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne są opisane za pomocą nierówności logarytmicznych |
| 8. Zmiana podstawy logarytmu | * twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu | Uczeń:   * stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami * stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu   do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami   * wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie * udowadnia twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu |
| 9. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne ‒ zastosowania | * wzrost wykładniczy * rozpad promieniotwórczy | Uczeń:   * wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego |
|  |  |  |