**ZAKRES CZĘŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ Z MATEMATYKI
W ZAKRESIE ROZSZERZONYM
KLASA III LO**

Nazywam się **Barbara Szlachta**, jestem nauczycielem, absolwentką Uniwersytetu Rzeszowskiego. Ukończyłam studia magisterskie na kierunku matematyka nauczycielska, studia inżynierskie na kierunku informatyka oraz studia podyplomowe z zakresu matematyka w finansach. Uczenie daje mi wielką satysfakcję, każdy sukces moich uczniów to nagroda i radość.

Zapraszam do kontaktu pod adresem: **barbarka\_s@o2.pl**

|  |
| --- |
| **Zagadnienia** |
| 1. Funkcje trygonometryczne |
| 1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta
 |
| 1. Kąt obrotu
 |
| 1. Miara łukowa kąta
 |
| 1. Funkcje okresowe
 |
| 1. Wykresy funkcji sinus i cosinus
 |
| 1. Wykresy funkcji tangens i cotangens
 |
| 1. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor
 |
| 1. Przekształcenia wykresu funkcji (1)
 |
| 1. Przekształcenia wykresu funkcji (2)
 |
| 1. Tożsamości trygonometryczne
 |
| 1. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
 |
| 1. Wzory redukcyjne
 |
| 1. Równania trygonometryczne (1)
 |
| 1. Równania trygonometryczne (2)
 |
| 2. Geometria analityczna |
| 1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych
 |
| 1. Środek odcinka
 |
| 1. Odległość punktu od prostej
 |
| 1. Okrąg w układzie współrzędnych
 |
| 1. Wzajemne położenie dwóch okręgów
 |
| 1. Wzajemne położenie okręgu i prostej
 |
| 1. Układy równań drugiego stopnia
 |
| 1. Działania na wektorach
 |
| 1. Wektory – zastosowania
 |
| 1. Symetria osiowa
 |
| 1. Symetria środkowa
 |
| 3. Ciągi  |
| 1. Pojęcie ciągu
 |
| 1. Sposoby określania ciągu
 |
| 1. Ciągi monotoniczne (1)
 |
| 1. Ciągi określone rekurencyjnie
 |
| 1. Ciągi monotoniczne (2)
 |
| 1. Ciąg arytmetyczny (1)
 |
| 1. Ciąg arytmetyczny (2)
 |
| 1. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
 |
| 1. Ciąg geometryczny (1)
 |
| 1. Ciąg geometryczny (2)
 |
| 1. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
 |
| 1. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania
 |
| 1. Procent składany
 |
| 1. Granica ciągu
 |
| 1. Ciągi rozbieżne
 |
| 1. Obliczanie granic ciągów (1)
 |
| 1. Obliczanie granic ciągów (2)
 |
| 1. Szereg geometryczny
 |
| 4. Rachunek różniczkowy |
| 1. Granica funkcji w punkcie
 |
| 1. Obliczanie granic funkcji
 |
| 1. Granice jednostronne
 |
| 1. Granice niewłaściwe
 |
| 1. Granica funkcji w nieskończoności
 |
| 1. Ciągłość funkcji
 |
| 1. Własności funkcji ciągłych
 |
| 1. Pochodna funkcji w punkcie
 |
| 1. Funkcja pochodna
 |
| 1. Działania na pochodnych
 |
| 1. Pochodna funkcji złożonej
 |
| 1. Interpretacja fizyczna pochodnej
 |
| 1. Monotoniczność funkcji
 |
| 1. Ekstrema funkcji
 |
| 1. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji
 |
| 1. Zagadnienia optymalizacyjne
 |
| 1. Szkicowanie wykresu funkcji
 |
| 5. Statystyka |
| 1. Średnia arytmetyczna
 |
| 1. Mediana i dominanta
 |
| 1. Średnia ważona
 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia |
| 1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta | * kąt w układzie współrzędnych
* definicje funkcji trygonometrycznych kąta
* znaki wartości funkcji trygonometrycznych
* wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie definicji
 | Uczeń:* zaznacza kąt w układzie współrzędnych
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
* określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°, korzystając z definicji dowolnego kąta
* określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
* oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału
 |
| 2. Kąt obrotu | * dodatni i ujemny kierunek obrotu
* wartości funkcji trygonometrycznych kąta , gdzie
 | Uczeń:* zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta
* zapisuje miarę danego kąta w postaci
* wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego końcowego ramienia
* bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa
* wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej jego funkcji trygonometrycznej
* określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu
 |
| 3. Miara łukowa kąta | * miara łukowa kąta
* radian jako jednostka miary łukowej
* zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie
 | Uczeń:* zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
* zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej
 |
| 4. Funkcje okresowe | * definicja funkcji okresowej
* okres podstawowy funkcji
 | Uczeń:* odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
* szkicuje wykres funkcji okresowej
* stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
 |
| 5. Wykresy funkcji sinus i cosinus | * wykresy funkcji sinus i cosinus
* własności funkcji sinus i cosinus
* środki symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus
* osie symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus
* funkcje parzyste i funkcje nieparzyste
 | Uczeń:* szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale
* określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale
* odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość
* korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus podaje liczbę rozwiązań równania w zależności od parametru *m*
 |
| 6. Wykresy funkcji tangens i cotangens | * wykresy funkcji tangens i cotangens
* własności funkcji tangens i cotangens
* środki symetrii wykresów funkcji tangens i cotangens
 | Uczeń:* szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale
* określa własności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale
* odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens rozwiązania równania w podanym przedziale
 |
| 7. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor | * metoda otrzymywania wykresu funkcji
 | Uczeń:* szkicuje wykres funkcji gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
* szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi *OX*
* szkicuje wykres funkcji będącej złożeniem przesunięcia i symetrii względem osi *OX*
* podaje zbiory wartości funkcji, np.
 |
| 8. Przekształcenia wykresu funkcji (1) | * metoda szkicowania wykresu funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną
 | Uczeń:* podaje amplitudę wykresu funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną
* szkicuje wykres funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
* szkicuje wykres funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
 |
| 9. Przekształcenia wykresu funkcji (2) | * metoda szkicowania wykresu funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną
 | Uczeń:* szkicuje wykres funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
* szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności
 |
| 10. Tożsamości trygonometryczne | * podstawowe tożsamości trygonometryczne
* metody dowodzenia tożsamości trygonometrycznych
 | Uczeń:* stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach
* dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich
 |
| 11. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów | * funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
* funkcje trygonometryczne podwojonego kąta
 | Uczeń:* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
* stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta
* wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta
* stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych
* wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
* wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego i funkcje trygonometryczne połowy kąta
 |
| 12. Wzory redukcyjne | * wzory redukcyjne
 | Uczeń:* zapisuje dany kąt w postaci lub , gdzie
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora)
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych
 |
| 13. Równania trygonometryczne (1) | * metody rozwiązywania równań trygonometrycznych
 | Uczeń:* rozwiązuje proste równania trygonometryczne
* rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias
 |
| 14. Równania trygonometryczne (2) | * rozwiązywanie równań trygonometrycznych metodą grupowania wyrazów, podstawiania i wykorzystywania wzorów na funkcje trygonometryczne sum i różnic kątów
* wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów
 | Uczeń:* rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych
* stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów
 |
| Geometria analityczna |  |  |
| 1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych  | * wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych
 | Uczeń:* oblicza odległości między punktami w układzie współrzędnych
* stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
* wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
 |
| 2. Środek odcinka | * wzór na współrzędne środka odcinka
 | Uczeń:* wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
* wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca
* stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych
 |
| 3. Odległość punktu od prostej | * wzór na odległość punktu od prostej
 | Uczeń:* oblicza odległość punktu od prostej
* oblicza odległość między prostymi równoległymi
* stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów
 |
| 4. Okrąg w układzie współrzędnych | * równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych
* równanie okręgu w postaci kanonicznej
* równanie okręgu w postaci ogólnej
 | Uczeń:* podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu
* sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu
* wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
* wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
* sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
* wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
* wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie
* stosuje w zadaniach równanie okręgu
 |
| 5. Wzajemne położenie dwóch okręgów  | * okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne
 | Uczeń:* określa wzajemne położenie dwóch okręgów
* podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów
* wyznacza równanie okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego podanym równaniem
* rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem
 |
| 6. Wzajemne położenie okręgu i prostej | * styczna do okręgu
* sieczna okręgu
 | Uczeń:* podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu
* wyznacza równanie stycznej do okręgu spełniającej podane warunki
* określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru
* rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej
 |
| 7. Układy równań drugiego stopnia | * sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia
 | Uczeń:* rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia, w tym zadania z parametrem
* stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
 |
| 8. Działania na wektorach | * dodawanie i odejmowanie wektorów
* mnożenie wektora przez liczbę
* interpretacja geometryczna działań na wektorach
* długość wektora
* pojęcia wektora zerowego i wektora jednostkowego
* równoległość wektorów
 | Uczeń:* wykonuje działania na wektorach
* sprawdza, czy wektory są równoległe
* wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek
* stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną
 |
| 9. Wektory – zastosowania | * zastosowanie działań na wektorach
 | Uczeń:* stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
* stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
* stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej
* wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
 |
| 10. Symetria osiowa | * definicja symetrii osiowej
* figury osiowosymetryczne
* symetria względem osi układu współrzędnych
 | Uczeń:* wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii
* znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych
* szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków
* wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu
* stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach
 |
| 11. Symetria środkowa | * definicja symetrii środkowej
* figury środkowosymetryczne
* symetria względem początku układu współrzędnych
 | Uczeń:* wskazuje figury środkowosymetryczne
* znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych
* szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków
* podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych
* stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej
 |
| Ciągi |  |  |
| 1. Pojęcie ciągu | * definicja ciągu
* ciąg liczbowy
* wykres ciągu
* wyraz ciągu
 | Uczeń:* wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
* wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
* szkicuje wykres ciągu
 |
| 2. Sposoby określania ciągu | * sposoby określania ciągu
* wzór ogólny ciągu
 | Uczeń:* wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
* wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
* wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek
* wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
 |
| 3. Ciągi monotoniczne (1) | * definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego
 | Uczeń:* podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
* uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny
* wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym
* bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji
* wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym
* dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów
 |
| 4. Ciągi określone rekurencyjnie | * określenie rekurencyjne ciągu
 | Uczeń:* wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
* wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
 |
| 5. Ciągi monotoniczne (2) | * suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów
 | Uczeń:* wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów
* bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu
 |
| 6. Ciąg arytmetyczny (1) | * definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy
* wzór ogólny ciągu arytmetycznego
* monotoniczność ciągu arytmetycznego
* własności ciągu arytmetycznego
 | Uczeń:* podaje przykłady ciągów arytmetycznych
* wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
* określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
* wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
* stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu
* wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny
* stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego
 |
| 7. Ciąg arytmetyczny (2) | * zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego
 | Uczeń:* udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym
* udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej
* stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego
 |
| 8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | * wzory na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
 | Uczeń:* oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
* uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
 |
| 9. Ciąg geometryczny (1) | * definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu
* wzór ogólny ciągu geometrycznego
* własności ciągu geometrycznego
 | Uczeń:* podaje przykłady ciągów geometrycznych
* wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
* wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy
* wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny
 |
| 10. Ciąg geometryczny (2) | * monotoniczność ciągu geometrycznego
* pojęcie średniej geometrycznej
 | Uczeń:* określa monotoniczność ciągu geometrycznego
* udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym
* stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną
* stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
 |
| 11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego  | * wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
 | Uczeń:* oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
* stosuje wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
 |
| 12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania | * własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego
 | Uczeń: * stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie
 |
| 13. Procent składany | * procent składany
* kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji
* stopy procentowe nominalna i efektywna
 | Uczeń:* oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
* oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania
* oblicza oprocentowanie lokaty
* ustala okres oszczędzania
* rozwiązuje zadania związane z kredytami
 |
| 14. Granica ciągu | * definicja granicy ciągu
* pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu
* twierdzenia:

dla , dla , dla  | Uczeń:* ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę
* ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość
* uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
 |
| 15. Ciągi rozbieżne | * definicja ciągu rozbieżnego do  (
* pojęcie granicy niewłaściwej
* twierdzenia:  dla , dla
 | Uczeń:* rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
* bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby
* udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji
 |
| 16. Obliczanie granic ciągów (1) | * twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych
* twierdzenie o trzech ciągach
* twierdzenie
 | Uczeń: * oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych
* stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
* oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
 |
| 17. Obliczanie granic ciągów (2) | * twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych
* symbole nieoznaczone
 | Uczeń: * oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych
* wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru
* uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej
 |
| 18. Szereg geometryczny | * definicja szeregu geometrycznego
* suma szeregu geometrycznego
* pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego
* wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyrazie i ilorazie :
* warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego
 | Uczeń: * sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
* oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
* zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
* stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
* rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
* rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
* zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły
 |
| Rachunek różniczkowy |  |  |
| 1. Granica funkcji w punkcie | * intuicyjne pojęcie granicy funkcji w punkcie
* pojęcie sąsiedztwa punktu
* definicja granicy funkcji w punkcie
 | Uczeń:* uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu
* uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji
 |
| 2. Obliczanie granic funkcji | * twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie
* twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie
* twierdzenie o granicy funkcji w punkcie
* twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie
 | Uczeń:* oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie
* oblicza granicę funkcji w punkcie
* oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
 |
| 3. Granice jednostronne | * definicja granicy prawostronnej i lewostronnej funkcji w punkcie
* twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi w punkcie a granicą funkcji w punkcie
 | Uczeń:* oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie
* stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
 |
| 4. Granice niewłaściwe | * definicja granicy niewłaściwej funkcji w  punkcie
* definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie
* twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie
* asymptota pionowa wykresu funkcji
 | Uczeń:* wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie
* wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie
* wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji
 |
| 5. Granica funkcji w nieskończoności | * definicja granicy funkcji w nieskończoności
* twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności
* asymptota pozioma wykresu funkcji
 | Uczeń:* wyznacza granice funkcji w nieskończoności
* stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w i w
* wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji
* udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności
 |
| 6. Ciągłość funkcji | * definicja ciągłości funkcji w punkcie
* twierdzenie o ciągłości: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie
* definicja funkcji ciągłej w przedziale i w przedziale
 | Uczeń:* sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie
* bada ciągłość funkcji
* wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
 |
| 7. Własności funkcji ciągłych | * własność Darboux
* twierdzenie Weierstrassa
 | Uczeń:* stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
* stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym
 |
| 8. Pochodna funkcji w punkcie | * iloraz różnicowy funkcji
* współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi *OX*
* styczna i sieczna wykresu funkcji
* definicja pochodnej funkcji w punkcie
* interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie
 | Uczeń:* oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej
* stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie
* oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią *OX*
* uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie
 |
| 9. Funkcja pochodna | * określenie funkcji pochodnej danej funkcji
* funkcja różniczkowalna
* wzory na pochodne funkcji potęgowej
* równanie stycznej
 | Uczeń:* korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
* wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
* wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki
* na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji
 |
| 10. Działania na pochodnych | * twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
* pochodne funkcji trygonometrycznych
 | Uczeń:* stosuje twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
* stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji
* wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
* wyprowadza wzory na pochodną: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
 |
| 11. Pochodna funkcji złożonej | * funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna
* twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej
 | Uczeń:* wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę
* wyznacza pochodną funkcji złożonej
* stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej
* wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów
 |
| 12. Interpretacja fizyczna pochodnej | * interpretacja fizyczna pochodnej
 | Uczeń:* stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał
 |
| 13. Monotoniczność funkcji | * twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej
 | Uczeń:* korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji
* uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
* wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej
* wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych
 |
| 14. Ekstrema funkcji | * definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego
* warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
 | Uczeń:* podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
* wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia
* wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie
* uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum
 |
| 15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji | * wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym
 | Uczeń:* wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
* wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej
* wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem
 |
| 16. Zagadnienia optymalizacyjne | * zagadnienia optymalizacyjne
 | Uczeń:* wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych
 |
| 17. Szkicowanie wykresu funkcji | * schemat badania własności funkcji
 | Uczeń:* podaje schemat badania własności funkcji
* bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli
* szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności
 |
| Statystyka |  |  |
| 1. Średnia arytmetyczna | * pojęcie średniej arytmetycznej
 | Uczeń:* oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych
* oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób
* wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną
 |
| 2. Mediana i dominanta | * pojęcie mediany
* pojęcie dominanty
 | Uczeń:* wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
* wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób
* wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę
 |
| 3. Średnia ważona | * pojęcie średniej ważonej
 | Uczeń:* oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami
* stosuje w zadaniach średnią ważoną
 |
|  |  |  |