**ZAKRES CZĘŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ Z MATEMATYKI   
W ZAKRESIE ROZSZERZONYM  
KLASA III LO**

Nazywam się **Barbara Szlachta**, jestem nauczycielem, absolwentką Uniwersytetu Rzeszowskiego. Ukończyłam studia magisterskie na kierunku matematyka nauczycielska, studia inżynierskie na kierunku informatyka oraz studia podyplomowe z zakresu matematyka w finansach. Uczenie daje mi wielką satysfakcję, każdy sukces moich uczniów to nagroda i radość.

Zapraszam do kontaktu pod adresem: [**barbarka\_s@o2.pl**](mailto:barbarka_s@o2.pl)

|  |
| --- |
| **Zagadnienia** |
| 1. Funkcje trygonometryczne |
| 1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta |
| 1. Kąt obrotu |
| 1. Miara łukowa kąta |
| 1. Funkcje okresowe |
| 1. Wykresy funkcji sinus i cosinus |
| 1. Wykresy funkcji tangens i cotangens |
| 1. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor |
| 1. Przekształcenia wykresu funkcji (1) |
| 1. Przekształcenia wykresu funkcji (2) |
| 1. Tożsamości trygonometryczne |
| 1. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów |
| 1. Wzory redukcyjne |
| 1. Równania trygonometryczne (1) |
| 1. Równania trygonometryczne (2) |
| 2. Geometria analityczna |
| 1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych |
| 1. Środek odcinka |
| 1. Odległość punktu od prostej |
| 1. Okrąg w układzie współrzędnych |
| 1. Wzajemne położenie dwóch okręgów |
| 1. Wzajemne położenie okręgu i prostej |
| 1. Układy równań drugiego stopnia |
| 1. Działania na wektorach |
| 1. Wektory – zastosowania |
| 1. Symetria osiowa |
| 1. Symetria środkowa |
| 3. Ciągi |
| 1. Pojęcie ciągu |
| 1. Sposoby określania ciągu |
| 1. Ciągi monotoniczne (1) |
| 1. Ciągi określone rekurencyjnie |
| 1. Ciągi monotoniczne (2) |
| 1. Ciąg arytmetyczny (1) |
| 1. Ciąg arytmetyczny (2) |
| 1. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| 1. Ciąg geometryczny (1) |
| 1. Ciąg geometryczny (2) |
| 1. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |
| 1. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania |
| 1. Procent składany |
| 1. Granica ciągu |
| 1. Ciągi rozbieżne |
| 1. Obliczanie granic ciągów (1) |
| 1. Obliczanie granic ciągów (2) |
| 1. Szereg geometryczny |
| 4. Rachunek różniczkowy |
| 1. Granica funkcji w punkcie |
| 1. Obliczanie granic funkcji |
| 1. Granice jednostronne |
| 1. Granice niewłaściwe |
| 1. Granica funkcji w nieskończoności |
| 1. Ciągłość funkcji |
| 1. Własności funkcji ciągłych |
| 1. Pochodna funkcji w punkcie |
| 1. Funkcja pochodna |
| 1. Działania na pochodnych |
| 1. Pochodna funkcji złożonej |
| 1. Interpretacja fizyczna pochodnej |
| 1. Monotoniczność funkcji |
| 1. Ekstrema funkcji |
| 1. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji |
| 1. Zagadnienia optymalizacyjne |
| 1. Szkicowanie wykresu funkcji |
| 5. Statystyka |
| 1. Średnia arytmetyczna |
| 1. Mediana i dominanta |
| 1. Średnia ważona |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia |
| 1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta | * kąt w układzie współrzędnych * definicje funkcji trygonometrycznych kąta * znaki wartości funkcji trygonometrycznych * wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie definicji | Uczeń:   * zaznacza kąt w układzie współrzędnych * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu * określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°, korzystając z definicji dowolnego kąta * określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta * oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału |
| 2. Kąt obrotu | * dodatni i ujemny kierunek obrotu * wartości funkcji trygonometrycznych kąta  , gdzie | Uczeń:   * zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta * zapisuje miarę danego kąta w postaci * wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego końcowego ramienia * bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa * wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej jego funkcji trygonometrycznej * określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu |
| 3. Miara łukowa kąta | * miara łukowa kąta * radian jako jednostka miary łukowej * zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie | Uczeń:   * zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie * zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej |
| 4. Funkcje okresowe | * definicja funkcji okresowej * okres podstawowy funkcji | Uczeń:   * odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu * szkicuje wykres funkcji okresowej * stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości |
| 5. Wykresy funkcji sinus i cosinus | * wykresy funkcji sinus i cosinus * własności funkcji sinus i cosinus * środki symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus * osie symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus * funkcje parzyste i funkcje nieparzyste | Uczeń:   * szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale * określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale * odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość * korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus podaje liczbę rozwiązań równania w zależności od parametru *m* |
| 6. Wykresy funkcji tangens i cotangens | * wykresy funkcji tangens i cotangens * własności funkcji tangens i cotangens * środki symetrii wykresów funkcji tangens i cotangens | Uczeń:   * szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale * określa własności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale * odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens rozwiązania równania w podanym przedziale |
| 7. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor | * metoda otrzymywania wykresu funkcji | Uczeń:   * szkicuje wykres funkcji gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności * szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi *OX* * szkicuje wykres funkcji będącej złożeniem przesunięcia i symetrii względem osi *OX* * podaje zbiory wartości funkcji, np. |
| 8. Przekształcenia wykresu funkcji (1) | * metoda szkicowania wykresu funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną | Uczeń:   * podaje amplitudę wykresu funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną * szkicuje wykres funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności * szkicuje wykres funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności |
| 9. Przekształcenia wykresu funkcji (2) | * metoda szkicowania wykresu funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną | Uczeń:   * szkicuje wykres funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności * szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności |
| 10. Tożsamości trygonometryczne | * podstawowe tożsamości trygonometryczne * metody dowodzenia tożsamości trygonometrycznych | Uczeń:   * stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach * dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich |
| 11. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów | * funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów * funkcje trygonometryczne podwojonego kąta | Uczeń:   * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów * stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta * wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta * stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych * wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów * wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego i funkcje trygonometryczne połowy kąta |
| 12. Wzory redukcyjne | * wzory redukcyjne | Uczeń:   * zapisuje dany kąt w postaci lub , gdzie * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora) * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych |
| 13. Równania trygonometryczne (1) | * metody rozwiązywania równań trygonometrycznych | Uczeń:   * rozwiązuje proste równania trygonometryczne * rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias |
| 14. Równania trygonometryczne (2) | * rozwiązywanie równań trygonometrycznych metodą grupowania wyrazów, podstawiania i wykorzystywania wzorów na funkcje trygonometryczne sum i różnic kątów * wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów | Uczeń:   * rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych * stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów |
| Geometria analityczna |  |  |
| 1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych | * wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych | Uczeń:   * oblicza odległości między punktami w układzie współrzędnych * stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych * wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej |
| 2. Środek odcinka | * wzór na współrzędne środka odcinka | Uczeń:   * wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców * wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca * stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych |
| 3. Odległość punktu od prostej | * wzór na odległość punktu od prostej | Uczeń:   * oblicza odległość punktu od prostej * oblicza odległość między prostymi równoległymi * stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów |
| 4. Okrąg w układzie współrzędnych | * równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych * równanie okręgu w postaci kanonicznej * równanie okręgu w postaci ogólnej | Uczeń:   * podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu * sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu * wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt * wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej * sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu * wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg * wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie * stosuje w zadaniach równanie okręgu |
| 5. Wzajemne położenie dwóch okręgów | * okręgi: styczne, przecinające się  i rozłączne | Uczeń:   * określa wzajemne położenie dwóch okręgów * podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów * wyznacza równanie okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego podanym równaniem * rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem |
| 6. Wzajemne położenie okręgu i prostej | * styczna do okręgu * sieczna okręgu | Uczeń:   * podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu * wyznacza równanie stycznej do okręgu spełniającej podane warunki * określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru * rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej |
| 7. Układy równań drugiego stopnia | * sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia | Uczeń:   * rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia, w tym zadania z parametrem * stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów |
| 8. Działania na wektorach | * dodawanie i odejmowanie wektorów * mnożenie wektora przez liczbę * interpretacja geometryczna działań na wektorach * długość wektora * pojęcia wektora zerowego i wektora jednostkowego * równoległość wektorów | Uczeń:   * wykonuje działania na wektorach * sprawdza, czy wektory są równoległe * wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek * stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną |
| 9. Wektory – zastosowania | * zastosowanie działań na wektorach | Uczeń:   * stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów * stosuje działania na wektorach do podziału odcinka * stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej * wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie |
| 10. Symetria osiowa | * definicja symetrii osiowej * figury osiowosymetryczne * symetria względem osi układu współrzędnych | Uczeń:   * wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii * znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych * szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków * wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu * stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach |
| 11. Symetria środkowa | * definicja symetrii środkowej * figury środkowosymetryczne * symetria względem początku układu współrzędnych | Uczeń:   * wskazuje figury środkowosymetryczne * znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych * szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków * podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych * stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej |
| Ciągi |  |  |
| 1. Pojęcie ciągu | * definicja ciągu * ciąg liczbowy * wykres ciągu * wyraz ciągu | Uczeń:   * wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów * wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie * szkicuje wykres ciągu |
| 2. Sposoby określania ciągu | * sposoby określania ciągu * wzór ogólny ciągu | Uczeń:   * wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów * wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym * wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek * wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki |
| 3. Ciągi monotoniczne (1) | * definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego | Uczeń:   * podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki * uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny * wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym * bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji * wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym * dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów |
| 4. Ciągi określone rekurencyjnie | * określenie rekurencyjne ciągu | Uczeń:   * wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie * wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu |
| 5. Ciągi monotoniczne (2) | * suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów | Uczeń:   * wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów * bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu |
| 6. Ciąg arytmetyczny (1) | * definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy * wzór ogólny ciągu arytmetycznego * monotoniczność ciągu arytmetycznego * własności ciągu arytmetycznego | Uczeń:   * podaje przykłady ciągów arytmetycznych * wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica * określa monotoniczność ciągu arytmetycznego * wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy * stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu * wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny * stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego |
| 7. Ciąg arytmetyczny (2) | * zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego | Uczeń:   * udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym * udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej * stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego |
| 8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | * wzory na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | Uczeń:   * oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego * stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego * rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego * uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego * bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| 9. Ciąg geometryczny (1) | * definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu * wzór ogólny ciągu geometrycznego * własności ciągu geometrycznego | Uczeń:   * podaje przykłady ciągów geometrycznych * wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz * wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy * wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny |
| 10. Ciąg geometryczny (2) | * monotoniczność ciągu geometrycznego * pojęcie średniej geometrycznej | Uczeń:   * określa monotoniczność ciągu geometrycznego * udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym * stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną * stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu |
| 11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego | * wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego | Uczeń:   * oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego * stosuje wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu |
| 12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania | * własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego | Uczeń:   * stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie |
| 13. Procent składany | * procent składany * kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji * stopy procentowe nominalna i efektywna | Uczeń:   * oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji * oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania * oblicza oprocentowanie lokaty * ustala okres oszczędzania * rozwiązuje zadania związane z kredytami |
| 14. Granica ciągu | * definicja granicy ciągu * pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu * twierdzenia:   dla ,  dla ,  dla | Uczeń:   * ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę * ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość * uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy |
| 15. Ciągi rozbieżne | * definicja ciągu rozbieżnego do  ( * pojęcie granicy niewłaściwej * twierdzenia:   dla ,  dla | Uczeń:   * rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy * bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby * udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji |
| 16. Obliczanie granic ciągów (1) | * twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych * twierdzenie o trzech ciągach * twierdzenie | Uczeń:   * oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych * stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów * oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach |
| 17. Obliczanie granic ciągów (2) | * twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych * symbole nieoznaczone | Uczeń:   * oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych * wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru * uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej |
| 18. Szereg geometryczny | * definicja szeregu geometrycznego * suma szeregu geometrycznego * pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego * wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyrazie i ilorazie  : * warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego | Uczeń:   * sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny * oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego * zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego * stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów * rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego * rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego * zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły |
| Rachunek różniczkowy |  |  |
| 1. Granica funkcji w punkcie | * intuicyjne pojęcie granicy funkcji w punkcie * pojęcie sąsiedztwa punktu * definicja granicy funkcji w punkcie | Uczeń:   * uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu * uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji |
| 2. Obliczanie granic funkcji | * twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie * twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie * twierdzenie o granicy funkcji  w punkcie * twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie | Uczeń:   * oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie * oblicza granicę funkcji w punkcie * oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie |
| 3. Granice jednostronne | * definicja granicy prawostronnej i lewostronnej funkcji w punkcie * twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi w punkcie a granicą funkcji w punkcie | Uczeń:   * oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie * stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie |
| 4. Granice niewłaściwe | * definicja granicy niewłaściwej funkcji w  punkcie * definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie * twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie * asymptota pionowa wykresu funkcji | Uczeń:   * wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie * wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie * wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji |
| 5. Granica funkcji w nieskończoności | * definicja granicy funkcji w nieskończoności * twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności * asymptota pozioma wykresu funkcji | Uczeń:   * wyznacza granice funkcji w nieskończoności * stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w i w * wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji * udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności |
| 6. Ciągłość funkcji | * definicja ciągłości funkcji w punkcie * twierdzenie o ciągłości: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie * definicja funkcji ciągłej w przedziale i w przedziale | Uczeń:   * sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie * bada ciągłość funkcji * wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale |
| 7. Własności funkcji ciągłych | * własność Darboux * twierdzenie Weierstrassa | Uczeń:   * stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości * stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym |
| 8. Pochodna funkcji w punkcie | * iloraz różnicowy funkcji * współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi *OX* * styczna i sieczna wykresu funkcji * definicja pochodnej funkcji w punkcie * interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie | Uczeń:   * oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej * stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie * oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią *OX* * uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie |
| 9. Funkcja pochodna | * określenie funkcji pochodnej danej funkcji * funkcja różniczkowalna * wzory na pochodne funkcji potęgowej * równanie stycznej | Uczeń:   * korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie * wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie * wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki * na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji |
| 10. Działania na pochodnych | * twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji * pochodne funkcji trygonometrycznych | Uczeń:   * stosuje twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie * stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji * wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych * wyprowadza wzory na pochodną: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji |
| 11. Pochodna funkcji złożonej | * funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna * twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej | Uczeń:   * wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę * wyznacza pochodną funkcji złożonej * stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej * wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów |
| 12. Interpretacja fizyczna pochodnej | * interpretacja fizyczna pochodnej | Uczeń:   * stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał |
| 13. Monotoniczność funkcji | * twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej | Uczeń:   * korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji * uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze * wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej * wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych |
| 14. Ekstrema funkcji | * definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego * warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum | Uczeń:   * podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu * wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia * wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie * uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum |
| 15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji | * wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym | Uczeń:   * wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym * wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej * wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem |
| 16. Zagadnienia optymalizacyjne | * zagadnienia optymalizacyjne | Uczeń:   * wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych |
| 17. Szkicowanie wykresu funkcji | * schemat badania własności funkcji | Uczeń:   * podaje schemat badania własności funkcji * bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli * szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności |
| Statystyka |  |  |
| 1. Średnia arytmetyczna | * pojęcie średniej arytmetycznej | Uczeń:   * oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych * oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób * wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną |
| 2. Mediana i dominanta | * pojęcie mediany * pojęcie dominanty | Uczeń:   * wyznacza medianę i dominantę zestawu danych * wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób * wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę |
| 3. Średnia ważona | * pojęcie średniej ważonej | Uczeń:   * oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami * stosuje w zadaniach średnią ważoną |
|  |  |  |