**ZAKRES CZĘŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ Z MATEMATYKI   
W ZAKRESIE ROZSZERZONYM  
KLASA IV LO**

Nazywam się **Barbara Szlachta**, jestem nauczycielem, absolwentką Uniwersytetu Rzeszowskiego. Ukończyłam studia magisterskie na kierunku matematyka nauczycielska, studia inżynierskie na kierunku informatyka oraz studia podyplomowe z zakresu matematyka w finansach. Uczenie daje mi wielką satysfakcję, każdy sukces moich uczniów to nagroda i radość.

Zapraszam do kontaktu pod adresem: [**barbarka\_s@o2.pl**](mailto:barbarka_s@o2.pl)

|  |
| --- |
| **Zagadnienia** |
| 1. Rachunek prawdopodobieństwa |
| 1. Reguła mnożenia |
| 1. Permutacje |
| 1. Wariacje bez powtórzeń |
| 1. Wariacje z powtórzeniami |
| 1. Kombinacje |
| 1. Kombinatoryka - zadania |
| 1. Zdarzenia losowe |
| 1. Prawdopodobieństwo klasyczne |
| 1. Własności prawdopodobieństwa |
| 1. Prawdopodobieństwo warunkowe |
| 1. Prawdopodobieństwo całkowite |
| 1. Wzór Bayesa |
| 1. Doświadczenia wieloetapowe |
| 1. Schemat Bernoulliego |
| 2. Graniastosłupy i ostrosłupy |
| 1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni |
| 1. Graniastosłupy |
| 1. Odcinki w graniastosłupach |
| 1. Objętość graniastosłupa |
| 1. Ostrosłupy |
| 1. Objętość ostrosłupa |
| 1. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych |
| 1. Kąt między prostą a płaszczyzną |
| 1. Kąt dwuścienny |
| 1. Przekroje prostopadłościanów |
| 1. Przekroje ostrosłupów |
| 3. Bryły obrotowe |
| 1. Walec |
| 1. Stożek |
| 1. Kula |
| 1. Bryły podobne |
| 1. Zagadnienia optymalizacyjne |
| 4. Przykłady dowodów w matematyce |
| 1. Dowody w algebrze (1) |
| 1. Dowody w algebrze (2) |
| 1. Dowody w geometrii (1) |
| 1. Dowody w geometrii (2) |
| 5. Powtórzenie |

| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia |
| --- | --- | --- |
| 1. Reguła mnożenia | * reguła mnożenia * prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa | Uczeń:   * wypisuje wszystkie wyniki danego doświadczenia * stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek * przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia |
| 2. Permutacje | * definicja permutacji * definicja symbolu * liczba permutacji zbioru  *n*-elementowego * permutacje z powtórzeniami | Uczeń:   * wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru * oblicza liczbę permutacji danego zbioru * wykonuje obliczenia, stosując definicję silni * wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań |
| 3. Wariacje bez powtórzeń | * definicja wariacji bez powtórzeń * liczba *k*-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru  *n*-elementowego * reguła dodawania | Uczeń:   * oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń * stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek * wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań |
| 4. Wariacje  z powtórzeniami | * definicja wariacji  z powtórzeniami * liczba *k*-elementowych wariacji  z powtórzeniami zbioru  *n*-elementowego | Uczeń:   * oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami * wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań |
| 5. Kombinacje | * definicja kombinacji * liczba *k*-elementowych kombinacji zbioru  *n*-elementowego * symbol Newtona * wzór dwumianowy Newtona * trójkąt Pascala | Uczeń:   * oblicza wartość symbolu Newtona , gdzie *n* ≥ *k* * oblicza liczbę kombinacji * wypisuje wszystkie *k*-elementowe kombinacje danego zbioru *n*-elementowego, np. dla *k* = 4, *n* = 5 * wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań * stosuje własności trójkąta Pascala * wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci  i wyznaczenia współczynników wielomianów * uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona, w tym twierdzenie: jeśli , to oraz wzory skróconego mnożenia na i wniosek: dla |
| 6. Kombinatoryka ‒ zadania | * zestawienie podstawowych pojęć kombinatoryki: permutacje, wariacje i kombinacje | Uczeń:   * wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki   do rozwiązywania zadań |
| 7. Zdarzenia losowe | * pojęcie zdarzenia elementarnego pojęcie przestrzeni zdarzeń elementarnych * pojęcie zdarzenia losowego * wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu * zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe * suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych * zdarzenia wykluczające się * zdarzenie przeciwne | Uczeń:   * określa przestrzeń zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia * wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu * określa zdarzenia: niemożliwe i pewne * wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych * wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się |
| 8. Prawdopodobieństwo klasyczne | * pojęcie prawdopodobieństwa * klasyczna definicja prawdopodobieństwa | Uczeń:   * oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa * wykorzystuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje, wariacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń |
| 9. Własności prawdopodobieństwa | * określenie prawdopodobieństwa:   1.  dla dowolnego zdarzenia  2. *P*() = 0,  3.dla dowolnych zdarzeń  rozłącznych   * własności prawdopodobieństwa:   1. Jeżeli oraz *A*, to    2. Jeżeli, to    3. Jeżeli, to    4. Jeżeli, to | Uczeń:   * podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką * oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego * stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń * sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają * stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa |
| 10. Prawdopodobieństwo warunkowe | * definicja prawdopodobieństwa warunkowego * prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa w przypadku prawdopodobieństwa warunkowego * zdarzenia niezależne i zależne | Uczeń:   * oblicza prawdopodobieństwo warunkowe * stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczenia prawdopodobieństwa np. sumy, iloczynu, różnicy zdarzeń * dowodzi własności prawdopodobieństwa warunkowego |
| 11. Prawdopodobieństwo całkowite | * wzór na prawdopodobieństwo całkowite | Uczeń:   * sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym * oblicza prawdopodobieństwo całkowite |
| 12. Wzór Bayesa | * wzór Bayesa | Uczeń:   * stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny * udowadnia wzór Bayesa |
| 13. Doświadczenia wieloetapowe | * ilustracja doświadczenia   za pomocą drzewa | Uczeń:   * ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa * oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym |
| 14. Schemat Bernoulliego | * próba Bernoulliego * pojęcie sukcesu, porażki * wzór Bernoulliego | Uczeń:   * oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego * stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa *k* sukcesów w *n* próbach * wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej *k* sukcesów w *n* próbach |
| Graniastosłupy i ostrosłupy |  |  |
| 1. Proste i płaszczyzny  w przestrzeni | * wzajemne położenie dwóch płaszczyzn * wzajemne położenie dwóch prostych * proste skośne * prostopadłość prostych w przestrzeni * wzajemne położenie prostej i płaszczyzny * rzut prostokątny na płaszczyznę * twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny | Uczeń:   * wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne * wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę * przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni * przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny |
| 2. Graniastosłupy | * graniastosłup prosty   i graniastosłup pochyły   * powierzchnia boczna graniastosłupa * wysokość graniastosłupa * prostopadłościan * graniastosłup prawidłowy * pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa * siatki sześcianu | Uczeń:   * określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa * sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi * wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup * oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego * rysuje siatkę graniastosłupa prostego, mając dany   jej fragment |
| 3. Odcinki w graniastosłupach | * przekątna graniastosłupa * długość przekątnej prostopadłościanu | Uczeń:   * oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii) * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa * uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych i pola powierzchni danego graniastosłupa |
| 4. Objętość graniastosłupa | * wzór na objętość graniastosłupa | Uczeń:   * oblicza objętość graniastosłupa prostego * oblicza objętość graniastosłupa pochyłego * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości graniastosłupa * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzoru na objętość graniastosłupa prostego |
| 5. Ostrosłupy | * ostrosłup * ostrosłup prawidłowy * wysokość ostrosłupa, spodek wysokości * kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa prawidłowego * czworościan foremny * pole powierzchni ostrosłupa | Uczeń:   * wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup * oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę * rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment * oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa |
| 6. Objętość ostrosłupa | * wzór na objętość ostrosłupa * wzór na wysokość i objętość czworościanu foremnego | Uczeń:   * oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów |
| 7. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych | * twierdzenie o trzech prostych prostopadłych | Uczeń:   * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadnienia prostopadłości prostych * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań ze stereometrii * przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych |
| 8. Kąt między prostą  a płaszczyzną | * pojęcie kąta między prostą  a płaszczyzną | Uczeń:   * wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną * wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy * rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| 9. Kąt dwuścienny | * pojęcie kąta dwuściennego * miara kąta dwuściennego | Uczeń:   * wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów * wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów * rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego |
| 10. Przekroje prostopadłościanów | * różne przekroje sześcianu | Uczeń:   * wyznacza przekroje sześcianu * oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii) * rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów sześcianu (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| 11. Przekroje ostrosłupów | * różne przekroje ostrosłupa | Uczeń:   * wyznacza przekroje ostrosłupa prawidłowego * oblicza pole danego przekroju ostrosłupa * rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów ostrosłupa |
| Bryły obrotowe |  |  |
| 1. Walec | * pojęcie walca * podstawa, wysokość, tworząca walca * wzór na pole powierzchni bocznej i całkowitej walca * przekrój osiowy walca * wzór na objętość walca | Uczeń:   * wskazuje elementy charakteryzujące walec * zaznacza przekrój osiowy walca * oblicza pole powierzchni całkowitej walca * oblicza objętość walca * rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca |
| 2. Stożek | * pojęcie stożka * podstawa, wierzchołek, wysokość,   tworząca stożka   * wzór na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej stożka * przekrój osiowy stożka * kąt rozwarcia stożka * wzór na objętość stożka | Uczeń:   * wskazuje elementy charakteryzujące stożek * zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka * oblicza pole powierzchni całkowitej stożka * oblicza objętość stożka * rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka |
| 3. Kula | * kula i sfera * przekroje kuli, koło wielkie * pojęcie płaszczyzny stycznej do kuli * wzór na pole powierzchni kuli * wzór na objętość kuli | Uczeń:   * wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę * zaznacza przekroje kuli * oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli |
| 4. Bryły podobne | * bryły podobne * skala podobieństwa brył podobnych | Uczeń:   * wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych * wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych do rozwiązywania zadań |
| 5. Zagadnienia optymalizacyjne | * funkcje pola powierzchni i objętości brył oraz ich dziedziny | Uczeń:   * opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą lub najmniejszą wartość |
| Przykłady dowodów w matematyce |  |  |
| 1. Dowody w algebrze (1) | * implikacja: poprzednik, następnik, założenie i teza twierdzenia * twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych * twierdzenia dotyczące wyrażeń algebraicznych | Uczeń:   * dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych z pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności * przeprowadza dowód nie wprost, np. dotyczący liczb pierwszych |
| 2. Dowody w algebrze (2) | * zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną * dowód metodą równoważnego przekształcania tezy | Uczeń:   * stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych * dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną |
| 3. Dowody w geometrii (1) | * twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech przystawania trójkątów | Uczeń:   * podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego * wykorzystuje przystawanie trójkątów do uzasadniania własności wielokątów * wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń |
| 4. Dowody w geometrii (2) | * twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech podobieństwa trójkątów * twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie | Uczeń:   * podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do uzasadniania własności wielokątów * dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym * wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń |
|  |  |  |