**ZAKRES CZĘŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ Z MATEMATYKI
W ZAKRESIE ROZSZERZONYM
KLASA IV LO**

Nazywam się **Barbara Szlachta**, jestem nauczycielem, absolwentką Uniwersytetu Rzeszowskiego. Ukończyłam studia magisterskie na kierunku matematyka nauczycielska, studia inżynierskie na kierunku informatyka oraz studia podyplomowe z zakresu matematyka w finansach. Uczenie daje mi wielką satysfakcję, każdy sukces moich uczniów to nagroda i radość.

Zapraszam do kontaktu pod adresem: **barbarka\_s@o2.pl**

|  |
| --- |
| **Zagadnienia** |
| 1. Rachunek prawdopodobieństwa |
| 1. Reguła mnożenia
 |
| 1. Permutacje
 |
| 1. Wariacje bez powtórzeń
 |
| 1. Wariacje z powtórzeniami
 |
| 1. Kombinacje
 |
| 1. Kombinatoryka - zadania
 |
| 1. Zdarzenia losowe
 |
| 1. Prawdopodobieństwo klasyczne
 |
| 1. Własności prawdopodobieństwa
 |
| 1. Prawdopodobieństwo warunkowe
 |
| 1. Prawdopodobieństwo całkowite
 |
| 1. Wzór Bayesa
 |
| 1. Doświadczenia wieloetapowe
 |
| 1. Schemat Bernoulliego
 |
| 2. Graniastosłupy i ostrosłupy |
| 1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni
 |
| 1. Graniastosłupy
 |
| 1. Odcinki w graniastosłupach
 |
| 1. Objętość graniastosłupa
 |
| 1. Ostrosłupy
 |
| 1. Objętość ostrosłupa
 |
| 1. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych
 |
| 1. Kąt między prostą a płaszczyzną
 |
| 1. Kąt dwuścienny
 |
| 1. Przekroje prostopadłościanów
 |
| 1. Przekroje ostrosłupów
 |
| 3. Bryły obrotowe |
| 1. Walec
 |
| 1. Stożek
 |
| 1. Kula
 |
| 1. Bryły podobne
 |
| 1. Zagadnienia optymalizacyjne
 |
| 4. Przykłady dowodów w matematyce |
| 1. Dowody w algebrze (1)
 |
| 1. Dowody w algebrze (2)
 |
| 1. Dowody w geometrii (1)
 |
| 1. Dowody w geometrii (2)
 |
| 5. Powtórzenie |

| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia |
| --- | --- | --- |
| 1. Reguła mnożenia | * reguła mnożenia
* prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa
 | Uczeń: * wypisuje wszystkie wyniki danego doświadczenia
* stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
* przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia
 |
| 2. Permutacje  | * definicja permutacji
* definicja symbolu
* liczba permutacji zbioru *n*-elementowego
* permutacje z powtórzeniami
 | Uczeń:* wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
* oblicza liczbę permutacji danego zbioru
* wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
* wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
 |
| 3. Wariacje bez powtórzeń | * definicja wariacji bez powtórzeń
* liczba *k*-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru *n*-elementowego
* reguła dodawania
 | Uczeń:* oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń
* stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek
* wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
 |
| 4. Wariacje z powtórzeniami | * definicja wariacji z powtórzeniami
* liczba *k*-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru *n*-elementowego
 | Uczeń:* oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami
* wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań
 |
| 5. Kombinacje  | * definicja kombinacji
* liczba *k*-elementowych kombinacji zbioru *n*-elementowego
* symbol Newtona
* wzór dwumianowy Newtona
* trójkąt Pascala
 | Uczeń:* oblicza wartość symbolu Newtona , gdzie *n* ≥ *k*
* oblicza liczbę kombinacji
* wypisuje wszystkie *k*-elementowe kombinacje danego zbioru *n*-elementowego, np. dla *k* = 4, *n* = 5
* wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań
* stosuje własności trójkąta Pascala
* wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci  i wyznaczenia współczynników wielomianów
* uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona, w tym twierdzenie: jeśli , to oraz wzory skróconego mnożenia na i wniosek: dla
 |
| 6. Kombinatoryka ‒ zadania | * zestawienie podstawowych pojęć kombinatoryki: permutacje, wariacje i kombinacje
 | Uczeń:* wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki

do rozwiązywania zadań |
| 7. Zdarzenia losowe  | * pojęcie zdarzenia elementarnego pojęcie przestrzeni zdarzeń elementarnych
* pojęcie zdarzenia losowego
* wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu
* zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe
* suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych
* zdarzenia wykluczające się
* zdarzenie przeciwne
 | Uczeń:* określa przestrzeń zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
* wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
* określa zdarzenia: niemożliwe i pewne
* wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych
* wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się
 |
| 8. Prawdopodobieństwo klasyczne  | * pojęcie prawdopodobieństwa
* klasyczna definicja prawdopodobieństwa
 | Uczeń:* oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa
* wykorzystuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje, wariacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
 |
| 9. Własności prawdopodobieństwa  | * określenie prawdopodobieństwa:

1.  dla dowolnego zdarzenia2. *P*() = 0, 3.dla dowolnych zdarzeń rozłącznych * własności prawdopodobieństwa:

1. Jeżeli oraz *A*, to2. Jeżeli, to3. Jeżeli, to4. Jeżeli, to  | Uczeń: * podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką
* oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
* stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
* sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają
* stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa

 |
| 10. Prawdopodobieństwo warunkowe | * definicja prawdopodobieństwa warunkowego
* prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa w przypadku prawdopodobieństwa warunkowego
* zdarzenia niezależne i zależne
 | Uczeń:* oblicza prawdopodobieństwo warunkowe
* stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczenia prawdopodobieństwa np. sumy, iloczynu, różnicy zdarzeń
* dowodzi własności prawdopodobieństwa warunkowego
 |
| 11. Prawdopodobieństwo całkowite  | * wzór na prawdopodobieństwo całkowite
 | Uczeń:* sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym
* oblicza prawdopodobieństwo całkowite
 |
| 12. Wzór Bayesa | * wzór Bayesa
 | Uczeń:* stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny
* udowadnia wzór Bayesa
 |
| 13. Doświadczenia wieloetapowe  | * ilustracja doświadczenia

za pomocą drzewa | Uczeń:* ilustruje doświadczenie wieloetapoweza pomocą drzewa
* oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym
 |
| 14. Schemat Bernoulliego | * próba Bernoulliego
* pojęcie sukcesu, porażki
* wzór Bernoulliego
 | Uczeń:* oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego
* stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa *k* sukcesów w *n* próbach
* wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej *k* sukcesóww *n* próbach
 |
| Graniastosłupy i ostrosłupy |  |  |
| 1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni | * wzajemne położenie dwóch płaszczyzn
* wzajemne położenie dwóch prostych
* proste skośne
* prostopadłość prostych w przestrzeni
* wzajemne położenie prostej i płaszczyzny
* rzut prostokątny na płaszczyznę
* twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny
 | Uczeń:* wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
* wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
* przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
* przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny
 |
| 2. Graniastosłupy | * graniastosłup prosty

i graniastosłup pochyły* powierzchnia boczna graniastosłupa
* wysokość graniastosłupa
* prostopadłościan
* graniastosłup prawidłowy
* pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa
* siatki sześcianu
 | Uczeń:* określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa
* sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
* wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup
* oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego
* rysuje siatkę graniastosłupa prostego, mając dany

 jej fragment |
| 3. Odcinki w graniastosłupach | * przekątna graniastosłupa
* długość przekątnej prostopadłościanu
 | Uczeń:* oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa
* uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych i pola powierzchni danego graniastosłupa
 |
| 4. Objętość graniastosłupa | * wzór na objętość graniastosłupa
 | Uczeń:* oblicza objętość graniastosłupa prostego
* oblicza objętość graniastosłupa pochyłego
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości graniastosłupa
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzoru na objętość graniastosłupa prostego
 |
| 5. Ostrosłupy | * ostrosłup
* ostrosłup prawidłowy
* wysokość ostrosłupa, spodek wysokości
* kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa prawidłowego
* czworościan foremny
* pole powierzchni ostrosłupa
 | Uczeń:* wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup
* oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę
* rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment
* oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa
 |
| 6. Objętość ostrosłupa | * wzór na objętość ostrosłupa
* wzór na wysokość i objętość czworościanu foremnego
 | Uczeń:* oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów
 |
| 7. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych | * twierdzenie o trzech prostych prostopadłych
 | Uczeń:* stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadnienia prostopadłości prostych
* stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań ze stereometrii
* przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych
 |
| 8. Kąt między prostą a płaszczyzną | * pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną
 | Uczeń:* wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną
* wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupiea płaszczyzną jego podstawy
* rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)
 |
| 9. Kąt dwuścienny | * pojęcie kąta dwuściennego
* miara kąta dwuściennego
 | Uczeń:* wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów
* wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów
* rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego
 |
| 10. Przekroje prostopadłościanów | * różne przekroje sześcianu
 | Uczeń:* wyznacza przekroje sześcianu
* oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów sześcianu (również z wykorzystaniem trygonometrii)
 |
| 11. Przekroje ostrosłupów | * różne przekroje ostrosłupa
 | Uczeń:* wyznacza przekroje ostrosłupa prawidłowego
* oblicza pole danego przekroju ostrosłupa
* rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów ostrosłupa
 |
| Bryły obrotowe |  |  |
| 1. Walec | * pojęcie walca
* podstawa, wysokość, tworząca walca
* wzór na pole powierzchni bocznej i całkowitej walca
* przekrój osiowy walca
* wzór na objętość walca
 | Uczeń:* wskazuje elementy charakteryzujące walec
* zaznacza przekrój osiowy walca
* oblicza pole powierzchni całkowitej walca
* oblicza objętość walca
* rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca
 |
| 2. Stożek | * pojęcie stożka
* podstawa, wierzchołek, wysokość,

tworząca stożka* wzór na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej stożka
* przekrój osiowy stożka
* kąt rozwarcia stożka
* wzór na objętość stożka
 | Uczeń:* wskazuje elementy charakteryzujące stożek
* zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka
* oblicza pole powierzchni całkowitej stożka
* oblicza objętość stożka
* rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka
 |
| 3. Kula | * kula i sfera
* przekroje kuli, koło wielkie
* pojęcie płaszczyzny stycznej do kuli
* wzór na pole powierzchni kuli
* wzór na objętość kuli
 | Uczeń:* wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę
* zaznacza przekroje kuli
* oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli
 |
| 4. Bryły podobne | * bryły podobne
* skala podobieństwa brył podobnych
 | Uczeń:* wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych
* wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych do rozwiązywania zadań
 |
| 5. Zagadnienia optymalizacyjne | * funkcje pola powierzchni i objętości brył oraz ich dziedziny
 | Uczeń:* opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą lub najmniejszą wartość
 |
| Przykłady dowodów w matematyce |  |  |
| 1. Dowody w algebrze (1) | * implikacja: poprzednik, następnik, założenie i teza twierdzenia
* twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych
* twierdzenia dotyczące wyrażeń algebraicznych
 | Uczeń:* dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych z pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności
* przeprowadza dowód nie wprost, np. dotyczący liczb pierwszych
 |
| 2. Dowody w algebrze (2) | * zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną
* dowód metodą równoważnego przekształcania tezy
 | Uczeń:* stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych
* dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną
 |
| 3. Dowody w geometrii (1) | * twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech przystawania trójkątów
 | Uczeń:* podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego
* wykorzystuje przystawanie trójkątów do uzasadniania własności wielokątów
* wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń
 |
| 4. Dowody w geometrii (2) | * twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech podobieństwa trójkątów
* twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie
 | Uczeń:* podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego
* wykorzystuje podobieństwo trójkątów do uzasadniania własności wielokątów
* dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym
* wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń
 |
|  |  |  |